

# 立人高級中學 113 學年度第 2 學期 高二數 A 數學科第一次定期評量試題

範圍：翰林版 4A §1-1~1-4

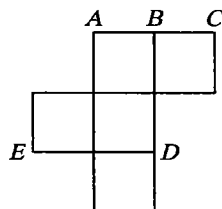
## 一、多重選擇題 (每題 5 分，共 10 分)

(答錯一個選項，得 3 分；答錯兩個選項，得 1 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算)

1. ( ) 在空間中，下列哪些選項是正確的？

(A) 已知直線  $L$  與線外一點  $P$ ，則通過  $P$  點與直線  $L$  平行的直線恰有一條 (B) 已知直線  $L$  與線外一點  $P$ ，則通過  $P$  點與直線  $L$  垂直的直線恰有一條 (C) 已知平面  $E$  與平面外一點  $P$ ，則通過  $P$  點與平面  $E$  平行的直線恰有一條 (D) 已知平面  $E$  與平面外一點  $P$ ，則通過  $P$  點與平面  $E$  垂直的直線恰有一條。(E) 已知平面  $E$  與平面外一點  $P$ ，則通過  $P$  點與平面  $E$  垂直的平面恰有一個。

2. ( ) 如圖是一個無蓋正立方體盒子的展開圖，若將其組合成邊長為 1 的正立方體，關於此正立方體，下列哪些選項是正確的？



(A) 直線  $AE$  與直線  $BC$  平行 (B) 直線  $AB$  與直線  $CD$  垂直 (C) 直線  $AE$  與直線  $BD$  歪斜

(D)  $\overline{BE} = 2\sqrt{2}$  (E)  $\triangle ACD$  面積為  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 。

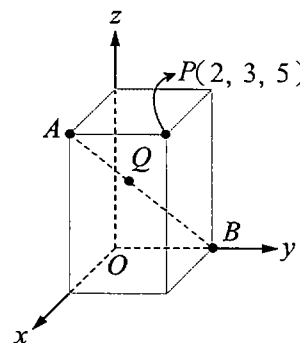
## 二、填充題

1. 已知稜長為 8 的正四面體  $O-ABC$  中，頂點  $A$  在平面  $\triangle OBC$  的投影點為  $M$ ，頂點  $B$  在平面  $\triangle OCA$  的投影點為  $N$ ，試求  $\overline{MN}$  的長為【 】。

2. 坐標空間中，設  $O$  為原點， $P$  點在第一卦限內，對  $xy$  平面的投影點為  $P'$ ，若  $P$  點與  $x$  軸之距離為 5，與  $yz$  平面之距離為 2，且  $\overline{OP'} = 2\sqrt{5}$ ，則  $P$  點坐標為【 】。

3. 已知  $A(1, 2, 2)$ ， $B(2, -3, a)$  與  $C(b, -13, 11)$  為空間中的三點，且  $A, B, C$  三點共線，則  $a+b$  之值為【 】。

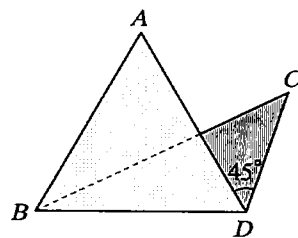
4. 如圖的長方體， $P$  點坐標為  $(2, 3, 5)$ ， $B$  點在  $y$  軸上， $Q$  點位於對角線  $AB$  上，且  $\overline{AQ} : \overline{QB} = 2 : 3$ ，試求  $Q$  點坐標【 】。



5. 已知坐標空間中  $A(4, 5, 3)$ ， $B(-3, 4, -6)$  兩點，設  $P$  點是  $y$  軸上一點，滿足  $\angle APB = 90^\circ$ ，試求  $P$  點坐標。【 】

6. 已知空間中  $A(4, -4, 6)$  ,  $B(2, 0, 2)$  ,  $C(4, -1, 6)$  三點，試求  $B$  點在直線  $AC$  上的投影點坐標為【           】。

7. 如附圖，將一箏形的四邊形紙張  $ABCD$  沿著對角線  $\overline{BD}$  折起，使得  $\angle ADC = 45^\circ$ ，若  $\overline{AB} = \overline{AD} = 6$ ，  
 $\overline{BC} = \overline{CD} = 3\sqrt{2}$ ， $\angle A = 60^\circ$ ，令半平面  $ABD$  與  $BCD$  所夾的兩面角為  $\theta$ ，試求  $\cos \theta =$ 【           】。



8.  $\vec{a} = (3, 4, 5)$  ,  $\vec{b} = (1, -1, 4)$  , 若  $\vec{u} = 2\vec{a} + s\vec{b}$  且  $\vec{u}$  平分  $\vec{a}$  與  $\vec{b}$  之夾角，則  $s$  之值為【           】。

9. 坐標空間中三向量  $\vec{a}$  ,  $\vec{b}$  ,  $\vec{c}$  , 滿足  $|\vec{a}| = 2$  ,  $|\vec{b}| = 2\sqrt{3}$  ,  $|\vec{c}| = 1$  , 若  $\vec{a} + \vec{b} + 2\vec{c} = \vec{0}$  ,  
 則  $\vec{a}$  與  $\vec{c}$  的夾角為【           】度。

10. 已知空間中向量  $\vec{a}$  、  $\vec{b}$  滿足  $|\vec{a}| = 2$  ,  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 24$  ,  $\vec{a} \times \vec{b} = (2, 3, -6)$  , 則  $|\vec{b}|$  的值為【           】。

11. 將三階行列式  $\begin{vmatrix} a & b & c \\ 4 & 2 & x \\ 2 & 1 & -3 \end{vmatrix}$  的第 1 列的三個元素各加 2，則行列式值會增加 6，則  $x =$ 【           】。

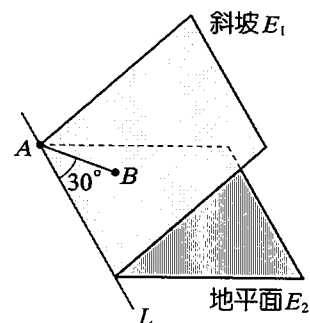
12. 設  $a$  為實數且坐標空間中有相異四點  $A(2a+1, -1, 3)$  ,  $B(1, -1, 3)$  ,  $C(2, 1, -4)$  ,  
 $D(12, 0, a-5)$  , 且  $A, B, C, D$  四點共平面，則  $a =$ 【           】。

13. 已知坐標空間中有  $A(1, -2, 2)$  ,  $B(2, 2, 1)$  ,  $C$  三點，若  $\overline{OA}$  、  $\overline{OB}$  、  $\overline{OC}$  三線段兩兩互相垂直於原點  $O$   
 且  $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$ ，則  $C$  點坐標為何？【           】

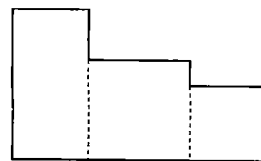
14. 在坐標空間中， $O$  為原點，設  $\overrightarrow{OA} = (3, 2, -1)$ ， $\overrightarrow{OB} = (-1, 1, 2)$ ，令集合

$$S = \left\{ P \mid \overrightarrow{OP} = s\overrightarrow{OA} + t\overrightarrow{OB}, \text{ 其中 } -2 \leq s \leq 2, 0 \leq t \leq \frac{1}{2} \right\}, \text{ 試問集合 } S \text{ 所表示的圖形面積為何? 【 } \quad \quad \quad \text{】}$$

15. 滑板運動可以鍛鍊人的協調能力，滑板過程中需要眼睛、腿部、手臂和腳之間充分協調，對於一些難度較高的動作，需要思考來進行一次次的嘗試和探索，最後成功完成，在這個過程中還能鍛鍊人的意志和耐力，為時下年輕人所喜愛的運動之一。今小恩利用滑板滑行加速，從斜坡  $E_1$  與地平面  $E_2$  交線  $L$  上一點  $A$  直線滑行到斜坡  $E_1$  上一點  $B$ ，其中  $\overline{AB}$  與交線  $L$  夾角為  $30^\circ$ ，如附圖所示。若斜坡  $E_1$  與地平面  $E_2$  所夾的兩面角為  $60^\circ$ ， $\overline{AB} = 3$  公尺，則小恩恰滑行到  $B$  點時與地平面  $E_2$  的垂直高度為【  $\quad \quad \quad$  】公尺。

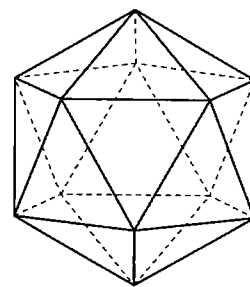


16. 如圖，有一件藝術品是由兩個正方形及一個長寬比為 2 比 1 的長方形合併的圖案，已知長方形的長比兩個正方形的邊長大且中間的正方形不小於右邊的正方形，若三個圖形的面積和為 104，則此圖案外圍的最大周長為【  $\quad \quad \quad$  】。



17. 如附圖為正 20 面體，每一面皆為全等的正三角形，求其相鄰兩面所夾兩面角之餘弦值。【  $\quad \quad \quad$  】

$$\left( \text{註：} \cos 36^\circ = \frac{\sqrt{5}+1}{4} \right)$$



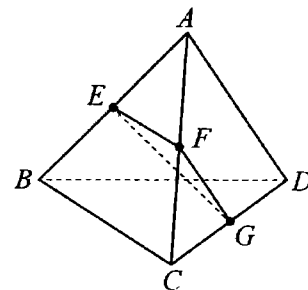
三、計算題(共 8 分) (請詳細寫出計算過程，只有答案不給分)

已知邊長為 2 的正四面體  $ABCD$ ，點  $E$ 、 $F$ 、 $G$  分別為  $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$ 、 $\overline{CD}$  中點。試回答下列問題。

(1) 試求  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ 。(2 分)

(2) 試將  $\overrightarrow{GE}$  寫成  $\overrightarrow{AB}$ ， $\overrightarrow{AC}$ ， $\overrightarrow{AD}$  的線性組合。(2 分)

(3) 試求  $\overrightarrow{GE} \cdot \overrightarrow{GF}$ 。(4 分)



# 立人高級中學 113 學年度第 2 學期 高二數 A 數學科第一次定期評量答案卷

班級：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_ 座號：\_\_\_\_\_

## 一、多重選擇題 (每題 5 分，共 10 分)

(答錯一個選項，得 3 分；答錯兩個選項，得 1 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算)

| 1     | 2     |
|-------|-------|
| A B D | A C E |

## 二、填充題(共 82 分)

| 題數 | 1 | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 |
|----|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 分數 | 7 | 14 | 20 | 26 | 32 | 37 | 42 | 47 | 52 | 57 | 61 | 65 | 69 | 73 | 76 | 79 | 82 |

| 1             | 2                     | 3                            | 4                                          | 5                           |
|---------------|-----------------------|------------------------------|--------------------------------------------|-----------------------------|
| $\frac{8}{3}$ | $(2, 4, 3)$           | 9                            | $\left(\frac{6}{5}, \frac{6}{5}, 3\right)$ | $(0, 10, 0)$ 或 $(0, -1, 0)$ |
| 6             | 7                     | 8                            | 9                                          | 10                          |
| $(4, 0, 6)$   | $\frac{\sqrt{3}}{3}$  | $\frac{10}{3}$               | 60                                         | $\frac{25}{2}$              |
| 11            | 12                    | 13                           | 14                                         | 15                          |
| -3            | $\frac{9}{2}$         | $(-2, 1, 2)$ 或 $(2, -1, -2)$ | $10\sqrt{3}$                               | $\frac{3\sqrt{3}}{4}$       |
| 16            | 17                    |                              |                                            |                             |
| 52            | $-\frac{\sqrt{5}}{3}$ |                              |                                            |                             |

## 三、計算題(共 8 分)

(1)  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = |\overrightarrow{AB}| |\overrightarrow{AC}| \cos \angle BAC = 2 \times 2 \times \cos 60^\circ = 2$  。 -----(2 分)

(2)  $\overrightarrow{GE} = \overrightarrow{AE} - \overrightarrow{AG}$   
 $= \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \left(\frac{1}{2}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}\right) = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$  。 -----(2 分)

(3) 因為  $\overrightarrow{GF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{DA} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$ ，所以

$$\begin{aligned} \overrightarrow{GE} \cdot \overrightarrow{GF} &= \left(\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}\right) \\ &= -\frac{1}{4}\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AD} \\ &= \frac{1}{4}(-2 \times 2 \times \cos 60^\circ + 2 \times 2 \times \cos 60^\circ + 2 \times 2 \times \cos 0^\circ) \\ &= \frac{1}{4} \times 4 = 1 \text{ 。 -----(4 分)} \end{aligned}$$