

立人高級中學 113 學年度 第 1 學期 高三文組數學乙第一次定期評量試題

範圍：三民版選修上冊 §1-1~§1-3 年 班 座號： 姓名：

一、填充題：(佔 88 分，依配分表配分。)

1. 若 $f(x) = \begin{cases} 3x-2, & x > 3 \\ x^2-3, & 3 \geq x \geq -2 \\ 2, & x < -2 \end{cases}$ ，則 $f(-6) + f(4) - f(2) =$ _____。

2. 已知函數 $f(x) = x^2 + x$ 與 $g(x) = 2x + 1$ ，求 $(g \circ f)(x) =$ _____。

3. 已知函數 $f(x) = \begin{cases} x^2 + 5, & \text{當 } x \geq 1 \\ ax - 2, & \text{當 } x < 1 \end{cases}$ 在 $x = 1$ 處連續，求實數 a 的值為_____。

4. 請求出下列極限：

(1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{4}{3} + \frac{2}{3n} - \frac{5}{3n^2} \right) =$ _____。

(2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\left(3 + \frac{2}{n^2 + 1} \right) \left(\frac{1}{n} - 4 \right) \right) =$ _____。

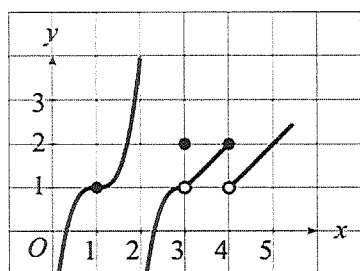
(3) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 3x + 2} =$ _____。

(4) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{9}{x^2 - x - 2} =$ _____。

(5) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + |x|}{x} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(6) $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x - [x]}{x - 2} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

5. 已知函數 $y = f(x)$ 的圖形如圖所示，以下正確的敘述選項為_____。



(A) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 1$ (B) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 0$ (C) $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 2$ (D) $\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = 2$

6. 函數 $f(x) = \sqrt{15 - 2x - x^2}$ 的值域為_____。

7. 已知一無窮等比級數的首項為 $0.\bar{3}$ ，第二項為 $0.0\bar{6}$ ，求此級數的和為_____。

8. $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{5^k}{8^{k-1}} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

9. 已知 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{an^2 + bn + 6}{3n - 2} = 5$ ，求 $a + b = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

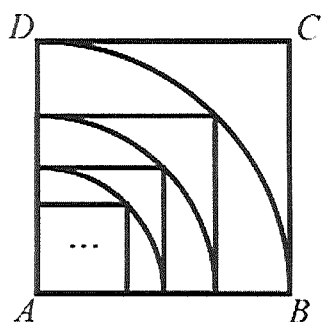
10. 已知無窮數列 $\langle (3x - 5)^n \rangle$ 為收斂數列，則 x 的範圍為_____。

11. 已知 $x \neq 0$ ，求 $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 \cos \frac{1}{x} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

12.無窮級數 $\frac{1}{1}+\frac{1}{1+2}+\frac{1}{1+2+3}+\cdots+\frac{1}{1+2+3+\cdots+n}+\cdots$ 的和為_____。

13.一顆皮球自離地面 10 公尺高處落下，每次反跳高度為其落下時高度的 $\frac{1}{3}$ ，求此球自落下到靜止時所經過的距離為_____公尺。

14.如圖， $ABCD$ 為正方形，以 A 為圓心， $\overline{AB}$ 為半徑畫一四分之一圓，設此四分之一圓的弧長為 a_1 ，在四分之一圓中畫一內接正方形，再仿照上面的方式得到一更小的四分之一圓，並設其弧長為 a_2 ，以此類推，得到數列 $a_1, a_2, a_3, \cdots$ ，已知 $\overline{AB} = 4$ ，求 $a_1 + a_2 + a_3 + \cdots$ 的值為_____。



二、證明題 (佔 5 分)

1. 已知 $f(x) = x^3 - 2x^2 - 5$ ，求證：在 2 與 3 之間至少有一實數 c ，使得 $f(c) = 0$ 。

三、作圖題 (佔 7 分)

1. 請描繪絕對值函數 $f(x) = |x + 2|$ 的圖形，並求其定義域。

【試題結束】

【第 3 頁，共 3 頁】

立人高級中學 113 學年度第 1 學期 高三文組數學乙第一次定期評量答案卷

範圍：三民版選修上冊 §1-1~§1-3

年 班 座號： 姓名：

【答案卷】

答對 格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
分數	7	14	21	28	35	41	47	52	57	61	65	69	72	75	78	81	84	86	88

一、填充題：(佔 88 分，依配分表配分。)

1.	2.	3.	4-(1).	4-(2).
11	$2x^2 + 2x + 1$	8	$\frac{4}{3}$	-12
4-(3).	4-(4).	4-(5).	4-(6).	5.
4	不存在	不存在	1	A
6.	7.	8.	9.	10.
$\{f(x) \mid 0 \leq f(x) \leq 4\}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{40}{3}$	15	$\frac{4}{3} < x \leq 2$
11.	12.	13.	14.	
0	2	20	$(4+2\sqrt{2})\pi$	

二、證明題(佔 5 分)

證:

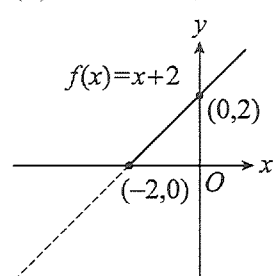
因為 $f(x)$ 為多項式函數，所以 $f(x)$ 是連續函數。又因為 $f(2) = -5$ ， $f(3) = 4$ ，(→有分別算出值，各得 1 分)
 所以 0 介於 $f(2)$ 與 $f(3)$ 之間。(→ 1 分)
 由勘根定理得知：在 2 與 3 之間至少有一實數 c ，使得 $f(c) = 0$ 。(→ 2 分)

三、作圖題(佔 7 分)

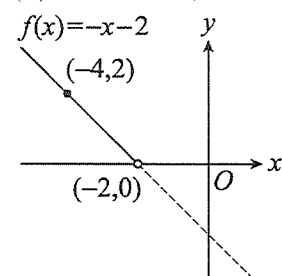
解 任意實數 x 代入函數 $f(x) = |x+2|$ 皆有意義，故函數 $f(x)$ 的定義域為 $\{x \mid x \in \mathbf{R}\}$ (→ 2 分)

$$f(x) = |x+2| = \begin{cases} x+2, & x \geq -2 \text{ 時} \\ -x-2, & x < -2 \text{ 時} \end{cases}, \quad (\rightarrow 2 \text{ 分})$$

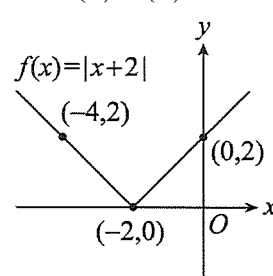
(1) 當 $x \geq -2$ 時



(2) 當 $x < -2$ 時



∴ 由(1)、(2)知:



(→ 最後有完整繪圖出來則 3 分)