

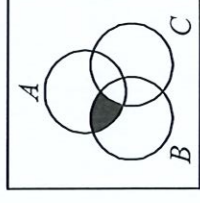
立人高級中學 114 學年度第 2 學期高一數學科第一次段考試題

範圍：龍騰版單元 1~4

年 班 座號： 姓名：

一、單選題（每題 3 分，共 15 分）

- () 已知對於任意正整數 n ， $M = 3^{2n+1} + 2^{n+2}$ 恆為某一質數 P 的倍數，求 $P = ?$
(A) 2 (B) 3 (C) 5 (D) 7 (E) 9
- () 有 A 、 B 二隊比賽籃球，每場不得和局，約定 A 須勝三場才贏得比賽，而 B 只須勝兩場就可贏得比賽。共有多少種可能的情形？ (A) 7 (B) 8 (C) 10 (D) 12 (E) 15
- () 數列 $\langle a_n \rangle$ ，滿足 $a_1 = 2$ ， $a_{n+1} = \frac{1}{1-a_n}$ ，則 a_{1000} 的值為何？ (A) 2 (B) -1 (C) $\frac{1}{2}$ (D) 0 (E) 3
- () 圖中 A 、 B 、 C 表示三集合， U 是字集，試問黑色的區域是哪一選項？
(A) $A' \cap B \cap C$ (B) $A \cap B' \cap C$ (C) $A \cap B \cap C'$ (D) $A' \cap B' \cap C$ (E) $A' \cap B' \cap C$
- () 下列各遞迴數列，何者使 $\langle a_n \rangle$ 為等比數列？



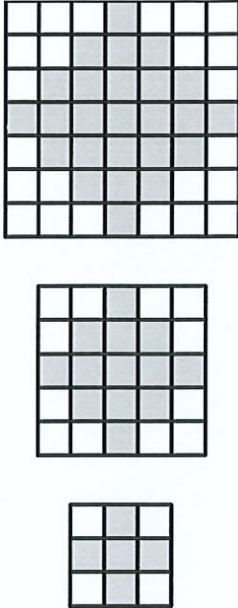
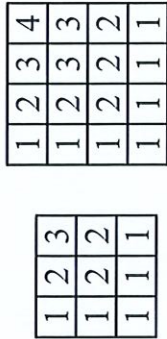
- (A) $\begin{cases} a_1 = 2 \\ a_{n+1} = a_n + 3 \end{cases}$ (B) $\begin{cases} a_1 = 2 \\ a_{n+1} = a_n \times 3 \end{cases}$ (C) $\begin{cases} a_1 = 2 \\ a_{n+1} = a_n \times n \end{cases}$ (D) $\begin{cases} a_1 = 2 \\ a_{n+1} = a_n \times \frac{1}{n} \end{cases}$ (E) $\begin{cases} a_1 = 2 \\ a_{n+1} = 2a_n + 1 \end{cases}$

二、多選題（每題 5 分，錯 1 個選項得 3 分，錯 2 個選項得 1 分，錯超過 2 個選項得 0 分，共 20 分。）

- () 若已知某數列 $\langle a_n \rangle$ 的前三項為 1, 3, 5，則下列何者可能為該數列的一般項 (a_n) ？
(A) $2n + 1$ (B) $2n - 1$ (C) $n^3 - 6n^2 + 13n - 7$ (D) $\frac{30}{8n^2 - 44n + 66}$
- () 試判斷下列命題哪些是對的命題？
(A) $3 \leq 3$ (B) 28 為 7 的倍數且 49 為 7 的倍數 (C) $1 < \sqrt{2} \leq \sqrt{3}$ (D) 9 是質數或 91 是質數
(E) $0 < x < 1$ 的否定命題是 $x > 1$ 或 $x < 0$
- () 下列哪些集合與集合 $S = \{1, 2, 3\}$ 相等？
(A) $\{x \mid x \text{ 為不大於 3 的正整數}\}$ (B) $\{3, 2, 1\}$ (C) $\{x \mid (1 \leq x \leq 3, x \in \mathbb{R})\}$
(D) $\{x \mid (x-1)(x-2)(x-3) = 0\}$ (E) $\{x \mid (x-1)^2 + (x-2)^2 + (x-3)^2 = 0\}$
- () 某班有學生 50 人，在一次月考中有 19 人數學不及格，17 人英文不及格，11 人化學不及格，而有 12 人數學與英文均不及格，有 7 人化學與數學均不及格，有 5 人英文與化學均不及格，有 2 人數學、英文、化學三科皆不及格，則
(A) 數學及格但化學不及格有 4 人 (B) 數學與化學均不及格，但英文及格有 2 人
(C) 數學或英文不及格有 20 人 (D) 化學與英文均及格有 27 人 (E) 數學、化學、英文三科均及格有 25 人

三、填充題（依配分表配分，共 50 分。）

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
得分	6	12	18	24	28	32	36	40	44	46	48	50

- 一等差數列之第 5 項是 31，第 12 項是 73，則第 15 項為_____。
- 一等比數列，第 9 項為 $\frac{4}{9}$ ，公比是 $-\frac{1}{3}$ ，則首項為_____。
- 已知數列 $\{a_n\}$ 之前 n 項和 $S_n = -2n^2 + n$ ，求 $a_{10} =$ _____。
- 下圖是在 3×3 、 5×5 、 7×7 的方格紙上用黑白兩色所設計出的圖案。若依此規律，則 19×19 的方格紙上共有_____個黑色小方格。

- 一等比數列 $1, 3, 9, \dots$ ，前 n 項之和為 1093，則項數 $n =$ _____。
- 觀察下列 3×3 與 4×4 方格中的數字規律：如果在 10×10 的方格上，仿照相同的規則填入數字，則所填入的 100 個數字之總和 = _____。

- 設 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ， $B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ ， S 為一集合，且 $(A \cap B) \subset S \subset (A \cup B)$ ，則這樣的集合 S 共有_____個。
- 甲、乙、丙、丁、戊、己等六人排成一列，求甲、乙、丙三人皆不相鄰有_____種排法。

9. 一年一度的臺北國際車展正盛大展開中。今年展區共有三家廠商（T 牌、H 牌、M 牌）參展，分別推出新型車款，如下：

車子廠商	T 牌		H 牌		M 牌	
車款	T1	T2	H1	H2	M1	M2

攤位 $A \sim F$ 分配如下，每個車款將占有一個攤位。

A	B	C	D	E	F
-----	-----	-----	-----	-----	-----

試問：

- (1) 三家廠商皆想將自家的車款排在相鄰攤位，請問共有多少種排法？（單選題）答：_____
- (A)8 種 (B)48 種 (C)90 種 (D)720 種。
- (2) 若參觀順序是由 A 到 F ，每家車款的第一款必須排在第二款前面（不須相鄰），也就是 T1 必須排在 T2 前面，H1 必須排在 H2 前面，M1 必須排在 M2 前面，共有_____種排法。
10. 高三同學阿義即將面臨學測，準備依下列的原則安排三天晚上在家的讀書計畫：
- (I)複習科目有國文、英文、數學、自然、社會五科；
- (II)每天晚上有兩個時段讀書：19:00~21:00 為第一時段、21:15~23:15 為第二時段；
- (III)每一時段複習一個科目，每天複習不同的兩個科目，而且在此三天中連續兩天的同時段複習不同科；
- (IV)此三天中，每一科都要排一個時段。

請問阿義在以上的原則下，共可制定_____種不同的讀書計畫表。

	第一天	第二天	第三天
第一時段 19:00~21:00			
第二時段 21:15~23:15			

11. 某高中招收了 6 個轉學生，可編入甲、乙、丙班，但每班編入人數不得超過 4 人，請問有_____種編班的方法？

四、計算題（請在答案卷上填寫完整算式，無算式不予計分，共 15 分）

$$\left\{ \begin{array}{l} a_1 = 0, \\ a_{n+1} = -1 + \frac{4}{3 - a_n} \quad (n \text{ 為正整數}) \end{array} \right.$$

- 寫出 a_2 、 a_3 、 a_4 的值。(每個答案各 2 分，共 6 分)
- 承 1.，猜測一般項 a_n 的公式。(2 分)
- 使用數學歸納法驗證你的猜測。(7 分)

立人高級中學 114 學年度第 2 學期高一數學科第 1 次定期評量答案卷

範圍：龍騰版單元 1~4

年 班 座號： 姓名：

一、單選題（每題 3 分，共 15 分）

1.	2.	3.	4.	5.
D	C	A	C	B

二、多選題（每題 5 分，錯 1 個選項得 3 分，錯 2 個選項得 1 分，錯超過 2 個選項得 0 分，共 20 分。）

1.	2.	3.	4.
BCD	ABC	ABD	ADE

三、填充題（依配分表配分，共 50 分。）

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
得分	6	12	18	24	28	32	36	40	44	46	48	50

1.	2.	3.	4.
91	2916	-37	181
5.	6.	7.	8.
7	385	16	144
9.(1)	9.(2)	10.	11.
B	90	960	690

四、計算題（請在答案卷上填寫完整算式，無算式不予計分，共 15 分）

1. 由遞迴關係式可得

$$a_2 = -1 + \frac{4}{3-a_1} = -1 + \frac{4}{3} = \frac{1}{3}, \quad a_3 = -1 + \frac{4}{3-a_2} = -1 + \frac{4}{3-\frac{1}{3}} = -1 + \frac{4}{\frac{8}{3}} = -1 + \frac{4 \cdot 3}{8} = -1 + \frac{3}{2} = \frac{1}{2}, \quad a_4 = -1 + \frac{4}{3-a_3} = -1 + \frac{4}{3-\frac{1}{2}} = -1 + \frac{4}{\frac{5}{2}} = -1 + \frac{4 \cdot 2}{5} = -1 + \frac{8}{5} = \frac{3}{5}.$$

2. 由 $a_1 = 0, a_2 = \frac{1}{3}, a_3 = \frac{2}{4}, a_4 = \frac{3}{5}$, 猜測 $a_n = \frac{n-1}{n+1}$ (n 為正整數)。

3.

(i) 當 $n = 1$ 時, $a_1 = \frac{1-1}{1+1} = 0$, 猜測是正確的。(1分)

(ii) 設 $n = k$ 時猜測正確, 即 $a_k = \frac{k-1}{k+1}$, (1分)

$$\text{則當 } n = k+1 \text{ 時, } a_{k+1} = -1 + \frac{4}{3-a_k} = -1 + \frac{4}{3-\frac{k-1}{k+1}} = -1 + 4 \times \frac{k+1}{2k+4} = -1 + \frac{2k+2}{k+2} = \frac{k}{k+2} = \frac{(k+1)-1}{(k+1)+1},$$

即當 $n = k+1$ 時, 猜測也是正確的。故由(i)(ii)及數學歸納法知：對於所有的正整數 n , $a_n = \frac{n-1}{n+1}$ 。(1分)