

立人高級中學 114 學年度第 1 學期高三理組數學甲第二次定期評量試題

考試範圍：翰林版選修數學甲(上)2-1~2-2

一、多選題：(每題 5 分，答錯一個選項得 3 分，答錯兩個選項得 1 分，答錯三個選項以上得 0 分)

1. 已知 $f'(1)=4$ ，則下列選項哪些正確？

- (A) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 4$ (B) $\lim_{x \rightarrow 1} (f(x) - f(1)) = 0$ (C) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x^2) - f(1)}{x^2 - 1} = 4$ (D) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} = 0$
(E) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} = 4$ 。

2. 關於函數 $f(x) = -x^3 - 3x^2 + 9x + 2$ ，下列敘述何者為真？

- (A) $y = f(x)$ 在 $-3 \leq x \leq 1$ 為遞增函數 (B) $y = f(x)$ 有極大值 $f(1)$
(C) $y = f(x)$ 圖形與 x 軸有三個交點 (D) 若 $f(x) = k$ 有三個相異實根，則 $-25 < k < -3$
(E) $y = f(x)$ 有極小值 $f(-2)$ 。

二、填充題：(計分方式參考答案卷)

1. 試求 $f(x) = 2x^2 - 3x + 5$ 在 $x = -2$ 處的導數為_____。

2. 試求 $f(x) = \sqrt{3x-2}$ 在 $x = 2$ 處之導數 $f'(2) =$ _____。

3. 試求函數圖形 $y = x^3 - 2x^2 + 6x - 7$ 在點 $P(1, -2)$ 的切線方程式為_____。

4. 試求下列各函數的導函數：

(1) $f(x) = x^4 + 3x^2 - x + 5$, $f'(x) =$ _____。

(2) $g(x) = \frac{x^2+2}{x+1}$, $g'(x) =$ _____。

(3) $h(x) = (2x^2 - x + 1)^3$, $h'(x) =$ _____。(無須展開)

(4) $k(x) = (x^2 + x + 2)(x^2 - x - 1)$, $k'(x) =$ _____。(請化簡)

5. 試求函數 $f(x) = -x^4 + 2x^3 - x^2 + 12x - 10$ 的三階導函數 $f'''(x) =$ _____。

6. 設函數 $f(x)$ 的定義如右： $f(x) = \begin{cases} x^2 + ax + b & \text{若 } x < 1 \\ x^3 + 2x + 1 & \text{若 } x \geq 1 \end{cases}$ ，已知 $f(x)$ 在 $x=1$ 可微分，求 $a-b =$ _____。

7. 試求函數 $f(x) = x^3 - 12x$ 的遞減區間為_____。

8. 試求函數 $f(x) = 2x^3 - 15x^2 + 36x - 20$ 之極大值為_____。

9. 設函數 $f(x) = 2x^3 + 6x^2 - 3$ ，試求 $f(x)$ 在反曲點附近的一次近似為_____。

10. 設實係數函數 $f(x) = -x^3 + ax^2 + bx + 2$ 在 $-3 < x < 1$ 時遞增，在 $x \leq -3$ 或 $x \geq 1$ 時遞減，

求數對 $(a, b) =$ _____。

11. 設 $f(x) = 3x^3 - 4x^2 + 2x - 1$ ，則 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+3h) - f(2-4h)}{2h} =$ _____。

12. 設有一個矩形的硬紙板，長 8 公分，寬 3 公分，今將矩形的四角截去大小相同的正方形，然後摺成

無蓋的盒子，試問此盒子有最大體積為_____立方公分。

13. 若多項式函數 $y = f(x) = 3x^4 + 4x^3 - 12x^2 + 12x + 1$ 與直線 $y = 12x + k$ 交於相異四個點時，試求

k 值範圍為_____。

三、非選擇題：(10 分，請寫出計算過程，否則不予計分)

假設大里地區，一日之間降雨的機率為 p ，不降雨的機率為 $1-p$ 。今連續三日只有一日降雨的機率為 q ，

則(1)試以 $q = f(p)$ 表成 p 的函數式 (其中 $0 < p < 1$)。(4 分)

(2)試求 q 有極大值時，發生極值的 p 值及 q 的極大值。(6 分)

立人高級中學 114 學年度第 1 學期高三理組數學甲第二次定期評量答案卷

考試範圍：翰林版選修數學甲(上)2-1~2-2

三年____班 座號：____ 姓名：____

一、多選題：(每題 5 分，答錯一個選項得 3 分，答錯兩個選項得 1 分，答錯三個選項以上得 0 分)

1.	2.
BCE	ABC

二、填充題：(計分方式)

答對題數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
對應分數	7	14	21	28	34	40	45	50	55	60	64	68	71	74	77	80

1.	2.	3.	4(1)
-11	$\frac{3}{4}$	$y = 5x - 7$	$4x^3 + 6x - 1$
4(2)	4(3)	4(4)	5.
$\frac{x^2+2x-2}{(x+1)^2}$	$3(4x-1)(2x^2-x+1)^2$	$4x^3-3$	$-24x+12$
6.	7.	8.	9.
3	$[-2, 2]$	8	$y = -6(x+1)+1$
10.	11.	12.	13.
$(-3, 9)$	77	$\frac{200}{27}$	$-4 < k < 1$

三、非選擇題：(10 分，請寫出計算過程，否則不予計分)

(1) $q = f(p) = 3(p^3 - 2p^2 + p)$. (4 分)

(2) $f'(p) = 3(3p^2 - 4p + 1) = 3(1-p)(1-3p)$ (2 分)

p	$0 < p < \frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3} < p < 1$
$f'(p)$	+	0	-
$f(p)$	$\nearrow$	$\frac{4}{9}$	$\searrow$

$\therefore$ 當 $p = \frac{1}{3}$ 時 (2 分)， q 有極大值 $f\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{4}{9}$. (2 分) 有問題敬請指正，謝謝!黃奎裕