

範圍:龍騰版 數學1 單元8~單元11 班級: 座號: 姓名:

一、多選題：(每題8分，共16分，答錯1個得5分，答錯2個得2分，答錯3個以上或未作答不予計分)

1. 設 a, b, c 皆為實數，已知多項式 $f(x) = x^4 + ax^3 + bx + c$ 除以 $x^3 + 1$ 的餘式為 $3x - 1$ ，且 $f(x)$ 除以 $x - 1$ 的餘式為 -2 ，試選出正確的選項。

- (1) $f(x)$ 除以 $x + 1$ 的餘式為 2
- (2) $f(x)$ 除以 $x^2 - x + 1$ 的餘式為 $3x - 1$
- (3) $a + b + c = -3$
- (4) $b + c = 0$
- (5) 不等式 $f(x) > 3x - 1$ 的解為 $x > 4$ 或 $x < -1$

2. 解不等式 $f(x) = (x - 1)^p(x - 2)^q(-x^2 + x - 5)^r \geq 0$ ，試選出正確的選項。

- (1) 若 $p = 1, q = 1, r = 1$ ，則解為 $1 \leq x \leq 2$
- (2) 若 $p = 2, q = 2, r = 2$ ，則解為 x 為任意實數
- (3) 若 $p = 3, q = 2, r = 1$ ，則解為 $x \leq 1$
- (4) 若 $p = 1, q = 3, r = 2$ ，則解為 $x \leq 1$ 或 $x \geq 2$
- (5) 若 $p = 2024, q = 2025, r = 2026$ ，則解為 $x \geq 2$

二、填充題：(如配分表，共72分)

1. 已知 $f(x) = (-3x^2 + x + a)^2$ ，且 a 為實數，若 $f(x)$ 展開式中的各項係數和為 9，求 $a =$ _____

2. 已知 $f(x) = 2x^5 - 35x^4 + 16x^3 + 7x^2 + 171x + k$ ，且 $f(17) = 50$ ，則 $k =$ _____

3. 已知 $f(x)$ 除以 $x - 3$ 的餘式為 2，且 $f(x)$ 除以 $x - 5$ 的餘式為 3，求 $f(x)$ 除以 $(x - 3)(x - 5)$ 的餘式為 _____

4. 已知 $f(x)$ 為三次多項式函數，且 $f(1) = f(2) = 3, f(3) = 21, f(4) = 45$ ，求 $f(5) =$ _____

5. 已知 $f(x) = 2x^4 + 3x^3 + 6x^2 + mx + n, g(x) = x^2 + x + 2$ ，且 $f(x)$ 可被 $g(x)$ 整除，求數對 $(m, n) =$ _____

6. 已知 $f(x) = 54x^3 - 99x^2 + 66x - 11$ ，求 $f(\frac{1 - \sqrt{5}}{3}) =$ _____

7. 已知 $y = -3x^2 + 6x - 1$ 在 $-10 \leq x \leq 10$ 時有最小值 k ，求 $k =$ _____

8. 已知二次函數 $y = ax^2 + 5x + 6$ 的圖形恆在直線 $y = -7x + 8$ 下方，則實數 a 的範圍為 _____

9. 已知二次函數 $y = f(x) = 2x^2 - 4x - 6$ ，若將 $f(x)$ 的圖形向左平移 4 單位，再向上平移 5 單位後，可得另一拋物線 $y = g(x) = a(x + b)^2 + c$ ，則數對 $(a, b, c) =$ _____

10. 已知三次函數 $y = f(x) = (x-1)^3 + 2(x-1) + 2$ ，若將 $f(x)$ 的圖形向左平移 h 單位，再向上平移 k 單位後，可以得到 $y = x^3 + 6x^2 + 14x + 16$ ，則數對 $(h, k) = \underline{\hspace{2cm}}$
11. 設 a, b, c 皆為實數，已知三次函數 $y = f(x) = a(x+2)^3 + b(x+2)^2 + c(x+2) + d$ 。且廣域看 $y = f(x)$ 的圖形會很接近 $y = 3x^3$ 的圖形，而局部看 $y = f(x)$ 在 $x = -2$ 附近的圖形卻近似於直線 $y = 4x + 5$ ，又函數圖形的對稱中心在 $x = -3$ 處，求數對 $(a, b, c, d) = \underline{\hspace{2cm}}$
12. 設 $f(x)$ 為首項係數為 2 的實係數三次多項式，若對所有實數 t 皆滿足 $f(7+t) = -f(-1-t)$ ，且 $f(1) = f(5)$ ，則 $f(4) = \underline{\hspace{2cm}}$
13. 不等式 $9x^2 - 42x + 49 \leq 0$ 的解為 $\underline{\hspace{2cm}}$
14. 已知 a, b, c 皆為實數，滿足 $ax^3 + bx^2 + cx + 6 \leq 0$ 的解為 $1 \leq x \leq 2$ 或 $x \geq 3$ 時，則 $a + b + c$ 為 $\underline{\hspace{2cm}}$
15. 不等式 $x^2(x+8)(x-8) < (2x-1)(x+8)(x-8)$ 共有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 個整數解

三、手寫題：(依標示給分，共 12 分，需有計算過程否則不予計分)

1. 已知三次函數之一般式 $y = f(x) = 2x^3 + 6x^2 + 3x - 3$
可經由化簡得到標準式 $y = f(x) = a(x-h)^3 + p(x-h) + k$

- (1) 請求出標準式數值 a, p, h, k (分別給分，各 1 分)
(2) 已知 $P(1, 8)$ 和 Q 點皆為此三次函數 $f(x)$ 上之點，若 P 點和 Q 點為對稱點，請求出 Q 點座標。(4 分)
(3) 試問此三次函數 $f(x)$ 與『通過對稱中心的水平線』相交幾個點？並請簡要說明理由。(各 2 分)

