

立人高級中學 113 學年度第 1 學期高二文組數學 B 科第二次定期評量試題

範圍：翰林版 數 B 第三冊 2-2~2-4

年 班 座號： 姓名：

一、多選題（每題 5 分，錯一個選項得 3 分，錯兩個選項得 1 分，錯三個選項以上不給分，共 20 分。）

1. () 關於 $y = \log x$ 與 $y = 2\log x$ 的圖形敘述，請選出所有正確的選項。
(A) 均過點 $(1, 0)$
(B) 均為嚴格遞增函數
(C) 當 $x > 0$ 時， $y = 2\log x$ 的圖形恆在 $y = \log x$ 的圖形上方
(D) 均為凹口向上
(E) 均與 y 軸無交點
2. () 下列五組數中，哪幾組的兩個函數之圖形對稱於直線 $y = x$ ？
(A) $y = 2^x$ 與 $y = (\frac{1}{2})^x$ (B) $y = 2^x$ 與 $y = \log_2 x$ (C) $y = 2^{-x}$ 與 $y = -\log_2 x$ (D) $y = 2^x$ 與 $y = -2^x$
(E) $y = (\frac{1}{3})^x$ 與 $y = \log_3 x^{-1}$ 。
3. () 若 $5^x = 4$ ，則下列哪些和 x 的值相等？ (A) $\log_5 4$ (B) $\log_4 5$ (C) $\frac{\log 5}{\log 4}$ (D) $2\log_5 2$ (E) $\frac{2\log 2}{\log 5}$ 。
4. () 設 (a, b) 為對數函數 $y = \log x$ 圖形上一點，選出正確的選項。
(A) $(10a, 10b)$ 也是對數函數 $y = \log x$ 圖形上的一點
(B) (a^{10}, b^{10}) 也是對數函數 $y = \log x$ 圖形上的一點
(C) $(a, -b)$ 是對數函數 $y = -\log x$ 圖形上的一點
(D) $(10a, 10b)$ 是指數函數 $y = 10^x$ 圖形上的一點
(E) (b, a) 是指數函數 $y = 10^x$ 圖形上的一點

二、填充題（每格 5 分，共 70 分。）

1. $\log 80 + \log 225 - \log 18 =$ _____。
2. $10^{\log 5} + \log_{\frac{1}{2}} \sqrt{8} =$ _____。
3. 若 $x = \log 2$ ，則 $100^x - (0.1)^x =$ _____。

4. 滿足不等式 $\log(x-2) < 1$ 的整數解有 _____ 個。
5. 解方程式 $\log(x-3) + \log(x-2) = 2 - \log 5$ ，得 $x =$ _____。
6. 解不等式 $\log(x-1) + \log(x-3) \leq 3\log 2$ ，得 x 的範圍為 _____。
7. 設對數 $\log(-4x^2 + 23x - 15)$ 有意義，試求 x 的範圍為 _____。
8. 化簡 $(\log_3 \frac{1}{4})(\log_4 \frac{1}{5})(\log_5 \frac{1}{6})(\log_6 \frac{1}{7})(\log_7 \frac{1}{8})(\log_8 \frac{1}{9}) =$ _____。
9. 設 $\log 2 = a$ ， $\log 3 = b$ ，試以 a 、 b 表 $\log_{25} 72 =$ _____。
10. 若正整數 n 滿足 $\left(\frac{1}{2}\right)^n < \frac{1}{10000}$ ，則 n 的最小值 = _____。(已知 $\log 2 \approx 0.3010$)
11. 小綠在銀行存入 10 萬元，年利率 6%，以複利計息，每年複利一次，試問：至少須經過 _____ 年之後，本利和會超過 30 萬元。(以正整數作答。已知 $\log 1.06 \approx 0.0253$ 且 $\log 3 \approx 0.4771$)

12. 鉛製容器中有兩種質量相同的放射性物質甲與乙，且甲的半衰期為 24 小時，已知經過 120 小時後甲的質量為乙的一半，求乙的半衰期為_____小時。
13. 二次世界大戰製造轟炸機時發現：製造第 n 架的轟炸機所需工時為 T (年)，而其中 T 與 n 之間的關係為 $T = \left(\frac{4}{5}\right)^{\log_2 n}$ ，則製造第 12 架轟炸機所需的時間是第 3 架的_____倍。
14. 假設服用某種藥物 t 小時後，該藥物在體內的殘餘量為 $f(t)$ 毫克。已知 t 與 $f(t)$ 的關係為 $\log f(t) = a - bt$ ，其中 a, b 為常數。服用此藥物第一小時後及第二小時後，在體內的殘餘量分別為 20 毫克及 4 毫克。試問一開始為服用_____毫克的藥物進入體內。

三、計算題（請於下方格內寫下計算過程，無計算過程者，不予計分，共 10 分。）

設某種農藥在農作物上的單位面積之殘餘量 y (毫克)，隨噴灑農藥時間 x (天) 而遞減，其關係式為 $y = c \times a^x$ ，其中 c, a 是常數，且 $a > 0$ 。已知開始噴灑時，農作物上單位面積的農藥量是 729 毫克；而兩天後，農作物上單位面積的農藥殘餘量是 324 毫克。

(1) 試求 c, a 之值。(各 3 分)

(2) 若農作物上單位面積的農藥殘餘量小於 63 毫克才可以採收食用，試問至少需經過多少天才可採收食用？

($\log 2 \approx 0.3010$, $\log 3 \approx 0.4771$, $\log 7 \approx 0.8451$) (4 分)

立人高級中學 113 學年度第 1 學期高二文組數學 B 科第二次定期評量試題

範圍：翰林版 數 B 第三冊 2-2~2-4

年 班 座號： 姓名：

一、多選題（每題 5 分，錯一個選項得 3 分，錯兩個選項得 1 分，錯三個選項以上不給分，共 20 分。）

1.	2.	3.	4.
ABE	BCE	ADE	CE

二、填充題（每格 5 分，共 70 分。）

1	2	3	4	5
3	$\frac{7}{2}$	$\frac{7}{2}$	9	7
6	7	8	9	10
$3 < x \leq 5$	$\frac{3}{4} < x < 5$	2	$\frac{3a+2b}{2(1-a)}$	14
11	12	13	14	
19	20	$\frac{16}{25}$	100	

三、計算題（請於下方格內寫下計算過程，無計算過程者，不予計分，共 10 分。）

$$(1) \begin{cases} 729 = c \times a^0 \\ 324 = c \times a^2 \end{cases} \Rightarrow c = 729, a^2 = \frac{324}{729} = \frac{4}{9} \Rightarrow a = \pm \frac{2}{3} \text{ (負不合) 得 } a = \frac{2}{3}, c = 729.$$

有列式結2分

$$(2) \text{設經過 } n \text{ 天後，才可採收食用，則 } 729 \times \left(\frac{2}{3}\right)^n < 63 \Rightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^n < \frac{7}{81} \Rightarrow \left(\frac{10^{0.3010}}{10^{0.4771}}\right)^n < \frac{10^{0.8451}}{(10^{0.4771})^4}$$

$$\Rightarrow (10^{-0.1761})^n < 10^{-1.0633} \Rightarrow -0.1761n < -1.0633$$

$$\Rightarrow n > \frac{-1.0633}{-0.1761} \approx 6.03, \text{ 得 } n \text{ 至少為 } 7. \text{ 故至少需經過 } 7 \text{ 天，才可採收食用。}$$

1分