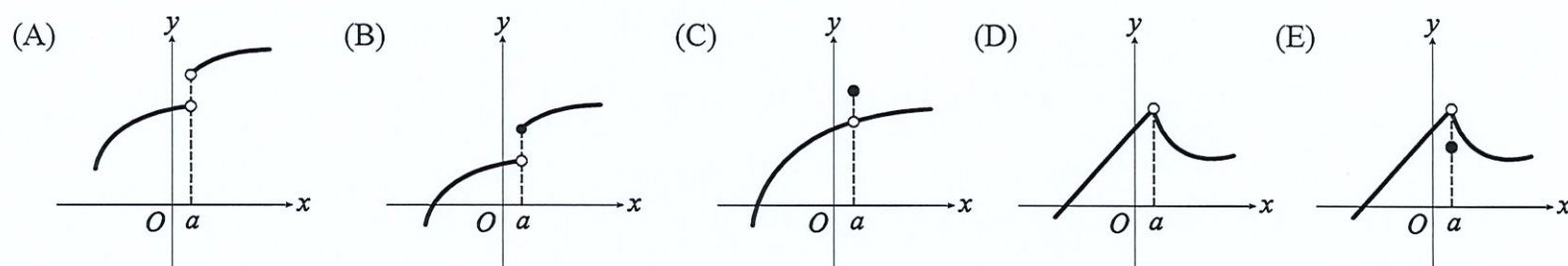


立人高級中學 114 學年度第 1 學期高三理組數學甲第一次定期評量試題

範圍：翰林版選修甲(上)1-1~1-4

一、多重選擇題(共 20 分，每題 5 分，錯一個選項得 3 分，錯兩個選項得 1 分，錯三個選項以上得 0 分)

1. 下列所表示函數 $y = f(x)$ 的圖形中，哪些選項的 $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ 存在？



2. 下列敘述何者正確？

(A) 已知兩實數數列 $\langle a_n \rangle$ 及 $\langle b_n \rangle$ ，若 $\langle a_n + b_n \rangle$ 為收斂數列，則 $\langle a_n \rangle$ 及 $\langle b_n \rangle$ 皆為收斂數列。

(B) 已知兩實數數列 $\langle a_n \rangle$ 及 $\langle b_n \rangle$ ，若 $\langle a_n \rangle$ 收斂， $\langle b_n \rangle$ 發散，則數列 $\langle a_n + b_n \rangle$ 發散。

(C) 若 $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ 存在，則 $f(x)$ 在 $x = a$ 連續。

(D) 實數數列 $\langle a_n \rangle$ 收斂且 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ ，則級數 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 收斂

(E) 設 $\langle a_n \rangle$ 為一實數數列，若 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 是收斂級數，則 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ 。

3. 下列各函數，何者在 $x=0$ 處連續？

(A) $f(x) = |x|$ (B) $f(x) = \begin{cases} |x|, & x \neq 0 \\ 1, & x = 0 \end{cases}$ (C) $f(x) = \begin{cases} |x+1|, & x \neq 0 \\ 1, & x = 0 \end{cases}$ (D) $f(x) = [x]$ (E) $f(x) = x^2 + 3x - \sqrt{3}$ 。

4. 已知函數 $f(x) = (x-2)^2$ ， $g(x) = \cos x$ ， $h(x) = |x|$ ， $k(x) = \frac{x}{|x|}$ ， $p(x) = x^3 - 3x$ ，請選出所有正確的選項。

(A) $f(x)$ 為偶函數 (B) $g(x)$ 的圖形對稱於 y 軸 (C) $h(x)$ 的圖形對稱於 y 軸 (D) $k(x)$ 的圖形對稱於原點 (E) $p(x)$ 為奇函數。

二、填充題(共 80 分，依配分表計分)

1. 試求下列極限值(若無極限，請回答 ” 不存在 ”)

(1) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x-4}{x^2+x-2} = \underline{\hspace{2cm}}。$

(2) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{3}}{x-3} = \underline{\hspace{2cm}}。$

(3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + n^2}{2n^3} = \underline{\hspace{2cm}}。$

(4) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n-1}{n} - \frac{n}{n-2} \right) = \underline{\hspace{2cm}}。$

(5) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 2x}{|x|} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(6) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^3 - 1}{x} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(7) 設 $[x]$ 表示不大於 x 的最大整數，則 $\lim_{x \rightarrow \frac{5}{2}} [x] = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(8) $\lim_{x \rightarrow 0} (x - [x]) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2. 試求下列各式的值

(1) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2}{5}\right)^n = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) $\sum_{k=1}^{10} (k+1)(k+2) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

3. 已知無窮數列 $\langle (2x-1)^n \rangle$ 為收斂數列，則 x 的範圍為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

4. 已知函數 $f(x) = \sqrt{8-2x-x^2}$ ，求

(1) $f(x)$ 的定義域 = $\underline{\hspace{2cm}}$ (2) $f(x)$ 的值域 = $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

5. 設 $f(x) = x+2$ ， $g(x) = x^2+2$ ，則 $(g \circ f)(1) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

6. 設 $f(x) = \begin{cases} 2x^3 & , x \leq 1 \\ ax+b & , 1 < x < 2 \\ 3x^2+1 & , x \geq 2 \end{cases}$ 為連續函數，則數對 $(a, b) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

7. 設 a, b 皆為實數，且 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + ax + b}{x-1} = -6$ ，則數對 $(a, b) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

8. 已知 $f(x)$ 為三次多項式，且 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x^2 - 3x + 2} = 1$ ， $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{x^2 - 3x + 2} = 5$ ，則 $f(3) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

9. 無窮級數 $\frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \cdots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} + \cdots$ 之和為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

10. 已知無窮數列 $\langle a_n \rangle$ 中的每一項 a_n 都滿足 $n^2 - 3 < 3n^2 a_n < n^2 + 5n$ ，則 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 的值為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

11. 某質點由原點 $O(0, 0)$ 出發，首先沿著 x 軸正向方向向東走 1 單位到達點 $A_1(1, 0)$ 後，轉向 y 軸正向的方向北方走 $\frac{2}{3}$ 單位到達點 $A_2(1, \frac{2}{3})$ ，然後再轉向正西方向走 $(\frac{2}{3})^2$ 單位到達點 A_3 ，之後再轉向正南方走 $(\frac{2}{3})^3$ 單位到達點 A_4 ，而後依照正東→正北→正西→正南的方向規則直線移動，每次移動的距離都是前一次移動距離的 $\frac{2}{3}$ 倍，如此繼續走下去，若第 n 次移動到點 $A_n(x_n, y_n)$ ， $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = \alpha$ 且 $\lim_{n \rightarrow \infty} y_n = \beta$ ，則數對 $(\alpha, \beta) =$ _____。
12. 一等比數列 $\langle a_n \rangle$ ，前 n 項的和為 S_n ，且 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{5^n} = \frac{1}{2}$ ，試求此數列第 4 項 $a_4 =$ _____。
13. 將 $\tan x = x$ 的所有正實根由小到大排列，得一無窮數列 $x_1, x_2, \dots, x_n, \dots$ ，則 $\lim_{n \rightarrow \infty} (x_{n+1} - x_n) =$ _____。

立人高級中學 114 學年度第 1 學期高三理組數學甲第一次定期評量答案卷

範圍：翰林版選修甲(上)1-1~1-4

班級_____座號_____姓名_____

一、多重選擇題(共 20 分，每題 5 分，錯一個選項得 3 分，錯兩個選項得 1 分，錯三個選項以上得 0 分)

1. CDE	2. BE	3. ACE	4. BCDE
-----------	----------	-----------	------------

二、填充題(共 80 分，依配分表計分)

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
得分	5	10	15	20	25	30	34	38	42	46	50	54	57	60	63	66	69	72	74	76	78	80

1-(1) 3	1-(2) $\frac{1}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{6}$	1-(3) $\frac{1}{6}$	1-(4) 1	1-(5) 不存在
1-(6) 3	1-(7) 2	1-(8) 不存在	2-(1) $\frac{2}{3}$	2-(2) 570
3. $0 < x \leq 1$	4-(1) $\{x x \in R, -4 \leq x \leq 2\}$	4-(2) $\{y y \in R, 0 \leq y \leq 3\}$	5. 11	6. (11, -9)
7. (-8, 7)	8. 18	9. $\frac{1}{2}$	10. $\frac{1}{3}$	11. $\left(\frac{9}{13}, \frac{6}{13}\right)$
12. 250	13. π			