

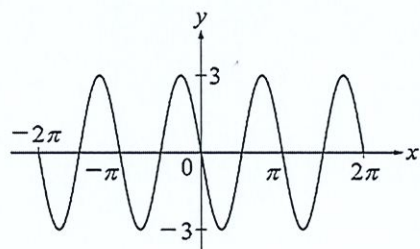
立人高級中學 114 學年度第 1 學期高二數學 A 科第一次定期評量試題

範圍：龍騰版 數 A 第三冊 L1~L4

年 班 座號： 姓名：

一、單選題（每題 3 分，共 15 分）

- () -4 徑為第幾象限角？ (A)一 (B)二 (C)三 (D)四 (E)剛好在軸上的角。
- () 在 $-\pi \leq x \leq 3\pi$ 時， $y = \sin x$ 和 $y = \cos x$ 的圖形有多少個交點？ (A)3 (B)4 (C)5 (D)6 (E)7。
- () 如圖是下列哪一個函數的圖形？



- (A) $y = \sin x$ (B) $y = 3 \sin x$ (C) $y = -3 \sin x$ (D) $y = 3 \sin 2x$ (E) $y = -3 \sin 2x$ 。
- () 試求方程式 $\sin 4x = \frac{x}{2\pi}$ 的實數解個數有多少個？ (A)3 (B)7 (C)11 (D)15 (E)19。
 - () 若 $0 \leq x \leq 2\pi$ ，則兩圖形 $y = \tan x$ 與 $y = -x + 2$ 有多少個交點？ (A)0 (B)1 (C)2 (D)3 (E)4。

二、配對題（每題 1 分，共 5 分）

請配對以下公式

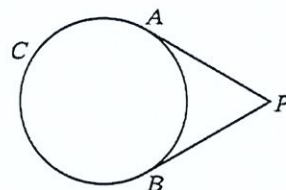
1. $\sin(\alpha + \beta) =$ _____ 2. $\cos(\alpha + \beta) =$ _____ 3. $\tan(\alpha - \beta) =$ _____ 4. $\sin 2\theta =$ _____ 5. $\cos \frac{\theta}{2} =$ _____

(A) $\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$	(B) $\frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$	(C) $\cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$	(D) $\cos^2 \theta - \sin^2 \theta$
(E) $\pm \sqrt{\frac{1 + \cos \theta}{2}}$	(F) $\sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$	(G) $\frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta}$	(H) $\sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$
(I) $2 \sin \theta \cos \theta$	(J) $\pm \sqrt{\frac{1 - \cos \theta}{2}}$		

三、填充題（計分方式如下，共 70 分）

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
得分	6	12	18	24	30	35	40	45	49	53	57	61	64	67	70

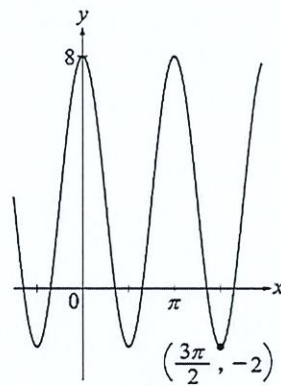
- 如右圖， P 為圓 C 外一點， $\overline{PA}$ 、 $\overline{PB}$ 為兩切線， A 、 B 為兩切點。若 $\overline{PA} = 9$ ，且 $\angle APB = \frac{\pi}{3}$ ，試求劣弧 AB 的長為_____。



- 在 $0 \leq x \leq 2\pi$ 範圍內，試求不等式 $-\frac{\sqrt{3}}{2} \leq \cos x \leq \frac{1}{2}$ 的解為_____。

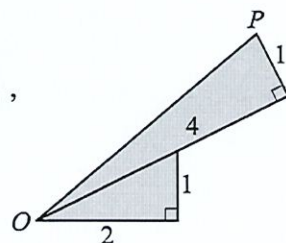
3. 已知函數 $y = 4 \sin\left(3x + \frac{\pi}{6}\right) + 2$ 的最大值 M 及最小值 m ，求 $M \times m =$ _____。

4. 函數 $y = a \cos(bx) + c$ 的部分圖形如右圖，若 $a, b, c > 0$ ，
試求序組 $(a, b, c) =$ _____。

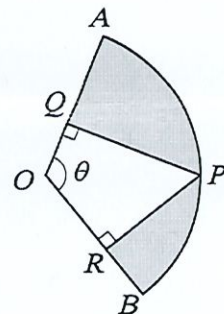


5. 設 $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ ， $180^\circ < \beta < 270^\circ$ ，且 $\sin \alpha = \frac{13}{14}$ ， $\sin \beta = -\frac{11}{14}$ ，則 $\cos(\alpha - \beta) =$ _____。

6. 藝術家卡特蘭在廣場中央設計了一座雕像，雕像是由兩個直角三角形組合而成，
底部三角形的兩股分別是 2 公尺及 1 公尺，上方三角形的兩股分別是 4 公尺及 1 公尺（如圖），
則雕像的最頂端 P 點距離地面有 _____ 公尺。

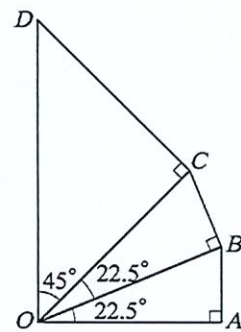


7. 如圖所示，有一扇形 AOB ， $\overline{OA} = \overline{OB} = 14$ ，圓心角為 θ ， P 為 $\widehat{AB}$ 上一點，若 $\overline{PQ} \perp \overline{OA}$ 於 Q ，
 $\overline{PR} \perp \overline{OB}$ 於 R ，又已知 $\overline{PQ} = 13$ ， $\overline{PR} = 11$ ，則 $\theta =$ _____。



8. 已知在坐標平面上有三點 $A(1, 0)$ ， $B(0, 2)$ ， $C(0, 3)$ ，若 $\angle CAB = \theta$ ，則 $\tan \theta =$ _____。

9. 如圖是由三個直角三角形堆疊而成的圖形，且 $\overline{OD} = 8$ ， $\angle DOC = 45^\circ$ ， $\angle COB = \angle BOA = 22.5^\circ$ ，
求 $\overline{AB}$ 的長為 _____。

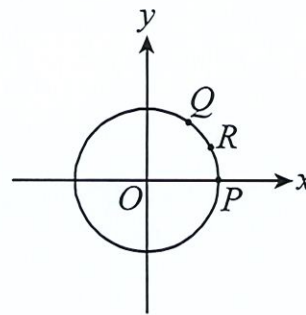


10. 設 $a = \frac{\sqrt{3}}{2} \cos 10^\circ - \frac{1}{2} \sin 10^\circ$ ， $b = 3 \sin 12^\circ - 4 \sin^3 12^\circ$ ， $c = \cos^2 24^\circ - \sin^2 24^\circ$ ， $d = \sqrt{\frac{1 - \cos 112^\circ}{2}}$ ，

則 a, b, c, d 大小關係為 _____。（答案請以 a, b, c, d 表示）

11. 如右圖所示， P, Q, R 是圓心為 O 之單位圓上的點，若 $P(1,0)$ ， $Q(\frac{3}{5}, \frac{4}{5})$ ，

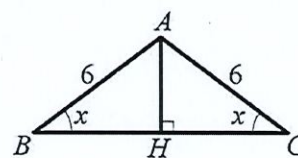
且 $\widehat{PR} = \frac{1}{2}\widehat{PQ}$ ，則 R 點坐標為_____。



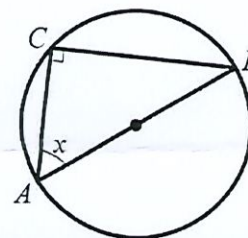
12. 試求 $y = \sin\left(\frac{\pi}{6} - x\right) - 2\cos x$ 的最大值為_____。

13. 設 $\frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{4\pi}{3}$ ，若函數 $y = \sqrt{3}\sin x - \cos x$ 的最大值為 M 、最小值為 m ，則 $M - m =$ _____。

14. 附圖為底角為 x 的等腰三角形， $\overline{AH}$ 為 $\overline{BC}$ 上的高，若 $\overline{AB} = \overline{AC} = 6$ ，求 $\overline{AH} + \overline{BC}$ 的最大值為_____。



15. 如圖，有一半徑為 4 的圓， $\triangle ABC$ 為其內接三角形，已知 $\angle C = 90^\circ$ ，且 $\angle A = x$ 徑，則 $\triangle ABC$ 周長的最大值為_____。



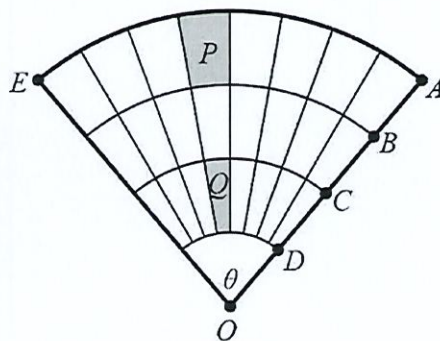
四、計算題（請於下方格內寫下計算過程，無計算過程者，不予計分，共 10 分。）

圖一為某畫家繪製台南青鯤鯓扇形鹽田的俯視圖，若將其結構繪製成圖二，已知實際的長度為

$\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DO} = 4.5$ 公尺，扇形圓心角 $\theta = 80^\circ$ 且鹽田旁相鄰兩條直線的夾角均相等，試回答下列問題。



圖一



圖二

- (1) 若扇形的圓心角為 80° ，則其弧度為何？_____ (3 分) (A) $\frac{\pi}{3}$ (B) $\frac{\pi}{4}$ (C) $\frac{\pi}{6}$ (D) $\frac{2\pi}{9}$ (E) $\frac{4\pi}{9}$

- (2) 若於鹽田的最外圍設置堤防以防止海水倒灌，則建製的堤防 $\widehat{AE}$ 弧長_____公尺。(3 分)

- (3) 製鹽的方式會依當地氣候、材料、人工而有所不同，不過製鹽的原理是不變的。首先，利用渠道將海水引至每個蒸發池，引進的海水量又與蒸發池的面積成正比，求圖二中扇形鹽田內蒸發池 P 與蒸發池 Q 所引進的海水量之比值為何？_____ (4 分)

立人高級中學 114 學年度第 1 學期高二數學 A 科第一次定期評量試題

範圍：龍騰版 數 A 第三冊 L1~L4

年 班 座號： 姓名：

一、單選題（每題 3 分，共 15 分）

1.	2.	3.	4.	5.
B	B	E	D	D

二、配對題（每題 1 分，共 5 分）

1.	2.	3.	4.	5.
F	C	G	I	E

三、填充題（計分方式如下，共 70 分）

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
得分	6	12	18	24	30	35	40	45	49	53	57	61	64	67	70

1	2	3	4	5
$2\sqrt{3} \pi$	$\frac{\pi}{3} \leq x \leq \frac{5\pi}{6}$ 或 $\frac{7\pi}{6} \leq x \leq \frac{5\pi}{3}$	-12	(5, 2, 3)	$-\frac{1}{2}$
6	7	8	9	10
$\frac{6\sqrt{5}}{5}$	120°	$\frac{1}{7}$	2	$d > a > c > b$
11	12	13	14	15
$(\frac{2}{\sqrt{5}}, \frac{1}{\sqrt{5}})$	$\sqrt{3}$	3	$6\sqrt{5}$	$8\sqrt{2}+8$

四、計算題（請於下方格內寫下計算過程，無計算過程者，不予計分，共 10 分。）

(1) 弧度為 $80 \times \frac{\pi}{180} = \frac{4\pi}{9}$ (3 分)

(2) 扇形的半徑 $\overline{AO} = 4.5 \times 4 = 18$ ，對應的圓心角為 $80^\circ = \frac{4\pi}{9}$ (徑)，故弧長 $\overline{AE} = r \times \theta = 18 \times \frac{4\pi}{9} = 8\pi$ (公尺)。(3 分)

(3) 由題意知鹽田旁相鄰兩條直線的夾角均相等，

所以相鄰兩條直線的銳夾角為 $\left(\frac{80}{8}\right)^\circ = 10^\circ = 10 \times \frac{\pi}{180} = \frac{\pi}{18}$ (徑)。

又因為引進的海水量與蒸發池的面積成正比，

所以蒸發池 P 與蒸發池 Q 所引進的海水量之比值等於面積之比值，

$$\frac{\text{蒸發池 P 的面積}}{\text{蒸發池 Q 的面積}} = \frac{\frac{1}{2} \times 18^2 \times \frac{\pi}{18} - \frac{1}{2} \times \left(\frac{27}{2}\right)^2 \times \frac{\pi}{18}}{\frac{1}{2} \times 9^2 \times \frac{\pi}{18} - \frac{1}{2} \times \left(\frac{9}{2}\right)^2 \times \frac{\pi}{18}} = \frac{7}{3} \quad (4 \text{ 分})$$