

立人高級中學 113 學年度第 2 學期高二理組數學 A 科期末定期評量試題

範圍：翰林版第四冊(A)第四章全

※題目卷共 4 頁！配分如下

格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
分數	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	64	68	72	76	80	84	88	91	94	97	100

1. 某增廣矩陣 $\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & a & 2 & 1 \\ 2 & -3 & -4 & b \\ 4 & 3 & c & 1 \end{array} \right]$ 經過列運算以後，化成 $\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 6 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{array} \right]$ ，試求序組 $(a, b, c) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2. 假設方程組 $\begin{cases} x+3y-z=-2 \\ 2x+5y+z=-1 \\ x+ay-7z=b \end{cases}$ 有無限多組解，求數對 $(a, b) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

3. 已知聯立方程式 $\begin{cases} x-2y+z=3 \\ 3x-y+2z=1 \\ 7x-4y+5z=3 \end{cases}$ 的增廣矩陣經由矩陣列運算，得 $\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 1 & 3 \\ 0 & a & 2 & 16 \\ 0 & 5 & -1 & -9 \end{array} \right]$ ，試求實數 $a = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

4. 已知矩陣 $A = [a_{ij}]_{2 \times 3}$ ，其中 $a_{ij} = 2i - j$ ，試求矩陣 $A = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

5. $A = \begin{bmatrix} 6 & 8 & 0 \\ -2 & 6 & -4 \end{bmatrix}$ ， $B = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 5 \\ 8 & -2 & 0 \end{bmatrix}$ ，試求 $\frac{1}{2}A + 3B = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

6. 已知矩陣 $A = \begin{bmatrix} 7 & 8 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$ ， $B = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$ ，且 $2X + A = 3B$ ，試求矩陣 $X = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

7. $[1 \ 2 \ 3] \times \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

8. 已知 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 3 & 4 & -6 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -5 \\ -2 & -3 & 5 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, 試求 $AC + BC =$ _____。

9. 試求 $\begin{bmatrix} -4 & 6 \\ -3 & 7 \end{bmatrix}$ 的乘法反方陣=_____。

10. 試求 k 值使得二階方陣 $A = \begin{bmatrix} k+6 & 3 \\ -3 & k-4 \end{bmatrix}$ 的乘法反方陣不存在, $k =$ _____。

11. 若 $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ 所定義的線性變換將點 S 變換到點 S' (3, 5), 試求 S 點坐標=_____。

12. 根據氣象局統計, 某地若今天下雨, 則明天也下雨的機率為 $\frac{3}{5}$; 若今天沒下雨, 則明天下雨的機率為 $\frac{2}{5}$, 已知本週星期一下雨, 試求本週星期四下雨的機率=_____。

13. 設 A, B 是二階方陣, 且 A, B 的乘法反方陣都存在, 若 $AB = \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ -5 & 7 \end{bmatrix}$, 則 $B^{-1}A^{-1} =$ _____。

14. 設 A, B, C 皆為 n 階方陣, O 為 n 階零方陣, 則下列各性質, 何者必成立? (多選, 全對才給分)

(A) $(A+B)C = AC + BC$

(B) $A^2 - B^2 = (A+B)(A-B)$

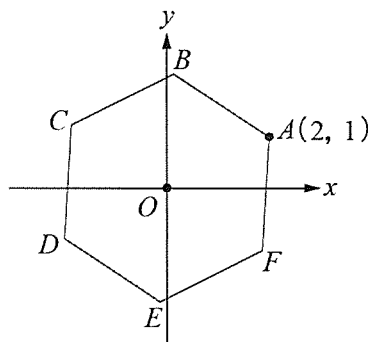
(C) 若 $A^2 = O$, 則 $A = O$

(D) 若 $AB = AC$, A 有乘法反方陣, 則 $B = C$

(E) $(AB)C = A(BC)$

15. 已知線性變換將點 (x, y) 變換到點 $(6x-8y, -3x+7y)$ ，若 $\triangle ABC$ 經此變換後所得的對應圖形為 $\triangle DEF$ ，試問 $\triangle DEF$ 面積是 $\triangle ABC$ 面積的_____倍。

16. 如圖，有一個正六邊形 $ABCDEF$ 以原點 O 為中心， $A(2, 1)$ 為其中一個頂點，試求此正六邊形頂點 B 的坐標=_____。



17. 已知直線 $L: y = \frac{1}{2}x$ ，二階方陣 A 所定義的線性變換為“對直線 L 作鏡射”，試求二階方陣 $A =$ _____。

18. 設 $\overrightarrow{OP} = (2, 1)$ ， $\overrightarrow{OQ} = (1, 3)$ ，矩陣 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ 。若 $\overrightarrow{OP}$ 與 $\overrightarrow{OQ}$ 經過矩陣 A 線性變換後得到 $\overrightarrow{OP'}$ 與 $\overrightarrow{OQ'}$ ，試求 $\overrightarrow{OP'}$ 與 $\overrightarrow{OQ'}$ 所張成的平行四邊形面積=_____。

19. 設甲袋有一白球一黑球，乙袋有一白球，先自甲袋取一球放入乙袋，再自乙袋取一球放入甲袋，如此稱為一局，試求第三局結束後，甲袋有二白球之機率為_____。

20. 已知矩陣 A 將點 $P(1, 2)$ 變換到點 $P'(3, 4)$ ，將點 $Q(2, 1)$ 變換到點 $Q'(-1, 3)$ ，試求矩陣 $A =$ _____。

21. 使得 $\left(\begin{bmatrix} \cos 40^\circ & \sin 40^\circ \\ -\sin 40^\circ & \cos 40^\circ \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos 10^\circ & -\sin 10^\circ \\ \sin 10^\circ & \cos 10^\circ \end{bmatrix} \right)^n = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ 的最小正整數 n 之值為_____。

22. 設 $A(1, 0)$ 、 $B(0, 1)$ 為坐標平面上兩點， C 為直線 AB 外一點。經平面線性變換 M 作用後， A 被映射至 $A'(1, \sqrt{2})$ 、 B 被映射至 $B'(-1, \sqrt{2})$ ，而 C 被映射至 C' 。試問：若 $\triangle ABC$ 的面積為 $\frac{3}{2}$ ，則點 C' 與直線 $A'B'$ 的距離為_____。

23. 令 A 為二階方陣，滿足 $A \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \sqrt{2} \end{bmatrix}$ ，試求矩陣 $A^8 =$ _____。

立人高級中學 113 學年度第 2 學期高二理組數學 A 科期末定期評量答案卷

範圍：翰林版第四冊(A)第四章全

班級：_____座號：_____姓名：_____

配分如下

格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
分數	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	64	68	72	76	80	84	88	91	94	97	100

1	2	3	4	5
$(1, 9, 2)$	$(5, -8)$	-10	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 12 & 4 & 15 \\ 23 & -3 & -2 \end{bmatrix}$
6	7	8	9	10
$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$	$[14]$	$\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -\frac{7}{10} & \frac{3}{5} \\ \frac{3}{10} & \frac{2}{5} \end{bmatrix}$	-5 或 3
11	12	13	14	15
$(\frac{4}{5}, \frac{7}{5})$	$\frac{63}{125}$	$\begin{bmatrix} 7 & 4 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$	$(A)(D)(E)$	18
16	17	18	19	20
$(1-\frac{\sqrt{3}}{2}, \sqrt{3}+\frac{1}{2})$	$\begin{bmatrix} \frac{3}{5} & \frac{4}{5} \\ \frac{4}{5} & -\frac{3}{5} \end{bmatrix}$	15	$\frac{21}{64}$	$\begin{bmatrix} -\frac{5}{3} & \frac{7}{3} \\ \frac{2}{3} & \frac{5}{3} \end{bmatrix}$
21	22	23		
6	$3\sqrt{2}$	$\begin{bmatrix} 31 & -30 \\ 15 & -14 \end{bmatrix}$		