

立人高級中學 113 學年度第 2 學期高二文理組數學 B 科期末定期評量試題

二年 班 座號:_____ 姓名:_____

範圍：翰林版數學 4B 第四章全

一、單選題：(每題 5 分，合計 15 分)

1. () 下表為某個購物網站上三種不同的手機 X 、 Y 、 Z 在為期三天的特賣會裡，每天的銷售情況（單位：臺），

	第一天	第二天	第三天
X	20	18	3
Y	16	5	8
Z	19	11	10

將上表以矩陣表示為 $\begin{bmatrix} 20 & 18 & 3 \\ 16 & 5 & 8 \\ 19 & 11 & 10 \end{bmatrix}$ 。已知這三種手機 X 、 Y 、 Z 的單價分別為 5、8、10（千元／臺），請問下列哪一個選項的計算結果可以代表在這三天的特賣會裡，「每天手機銷售的總金額」（單位：千元）？

(A) $\begin{bmatrix} 20 & 18 & 3 \\ 16 & 5 & 8 \\ 19 & 11 & 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & 8 & 10 \end{bmatrix}$

(B) $\begin{bmatrix} 5 \\ 8 \\ 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 20 & 18 & 3 \\ 16 & 5 & 8 \\ 19 & 11 & 10 \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} 20 & 18 & 3 \\ 16 & 5 & 8 \\ 19 & 11 & 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 \\ 8 \\ 10 \end{bmatrix}$

(D) $\begin{bmatrix} 5 & 8 & 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 20 & 18 & 3 \\ 16 & 5 & 8 \\ 19 & 11 & 10 \end{bmatrix}$

(E) $5 \begin{bmatrix} 20 & 18 & 3 \\ 16 & 5 & 8 \\ 19 & 11 & 10 \end{bmatrix} + 8 \begin{bmatrix} 20 & 18 & 3 \\ 16 & 5 & 8 \\ 19 & 11 & 10 \end{bmatrix} + 10 \begin{bmatrix} 20 & 18 & 3 \\ 16 & 5 & 8 \\ 19 & 11 & 10 \end{bmatrix}$

2. () 選出錯誤的推理步驟：

$$A^2 = A \xrightarrow{(i)} A^2 = AI \xrightarrow{(ii)} A^2 - AI = O \xrightarrow{(iii)} A(A - I) = O \xrightarrow{(iv)} (A - I)A = O \xrightarrow{(v)} A = I \text{ 或 } A = O$$

(A) (i) (B) (v) (C) (iii)(iv)(v) (D) (i)(iii)(v) (E) (iii)(v)

3. () 設 A 為二階方陣， I_2 為二階單位方陣。若 $A^3 - A^2 = A$ 且 A^{-1} 存在，則下列選項何者可以用來表示 A^{-1} ？

(A) $A^3 + A^2$ (B) $-A$ (C) $A + I_2$ (D) $A^2 - A$ (E) $A - I_2$

二、多選題：(每題 5 分，共 10 分;所有選項均答對者，得 5 分;答錯 1 個選項者，得 3 分；答錯 2 個選項者，得 1 分；答錯 3 個選項以上或未作答該題以零分計算。)

1. () 若 $AX = AB$ ，當 A 為下列何者時可推得 $X = B$ ？

(A) $A = \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$

(B) $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -6 & 9 \end{bmatrix}$

(C) $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$

(D) $A = \begin{bmatrix} \sqrt{3} & \sqrt{5} \\ \sqrt{5} & \sqrt{8} \end{bmatrix}$

(E) $A = \begin{bmatrix} 200 & 100 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$

2. () 關於二階方陣，下列選項何者正確？

(A) 二階方陣 $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}$ 的反方陣存在

(B) 二階方陣 $\begin{bmatrix} 199 & 202 \\ 198 & 201 \end{bmatrix}$ 的反方陣存在

(C) 已知 a, b, c, d, e, f 均為實數，若二階方陣 $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ 的反方陣 A^{-1} 存在，則方程組 $\begin{cases} ax+by=e \\ cx+dy=f \end{cases}$ 有解

(D) 設二階方陣 $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ ，則 $A^4 = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$

(E) 若 $ad-bc=4$ ， $ef-gh=-3$ ，則 $(ae+cf)(bg+dh)-(be+df)(ag+ch)=12$ 。

三、填充題：(15 格，共計 75 分)

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
分數	7	14	21	28	34	40	46	51	56	61	64	68	71	73	75

1. 若矩陣滿足 $\begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 9 & 8 \end{bmatrix} = a \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + b \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} + c \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ ，則 $a+b+c =$ _____。

2. 已知矩陣 $A = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 3 & 7 \end{bmatrix}$ ， $B = \begin{bmatrix} -3 & 3 \\ 1 & -5 \end{bmatrix}$ ，求下列各矩陣：

(1) $A^{-1} =$ _____

(2) $BA =$ _____

(3) 若矩陣 X 滿足 $X+B=3(X-A)$ ，則 $X =$ _____。

(4) 若矩陣 Y 滿足 $AY = \begin{bmatrix} 4 \\ -3 \end{bmatrix}$ ，則 $Y =$ _____。

3. 設 A, B 為二階方陣，若 $3A+2B = \begin{bmatrix} -1 & 15 \\ 18 & 4 \end{bmatrix}$ ， $A-B = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 6 & 8 \end{bmatrix}$ 且 $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ ，則 $a+b+c+d =$ _____。

4. 設 A 為三階矩陣，且元素 $a_{ij} = 1-ij$ ，求 $A =$ _____。

5. 已知矩陣 $A = \begin{bmatrix} -5-a & -2 \\ 3 & -a \end{bmatrix}$ 的反方陣不存在，則實數 $a =$ _____。

6. 設 $A = \begin{bmatrix} -3 & -2 & 0 & 1 & 5 \\ 8 & 7 & -7 & 6 & -6 \\ 3 & 1 & -8 & 16 & 15 \end{bmatrix}$ ，若 A 為 m 列 n 行的矩陣且 第(1,3)、(2,4)、(3,5)、(2,1)元各為 a 、 b 、 c 、 d ，則 $n+a+b+c+d =$ _____。

7. 已知二階方陣 A 滿足 $A \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \end{bmatrix}$ ， $A \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ ，試求矩陣 $A =$ _____。

8. 設 a 、 b 為實數，已知矩陣 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ a & 1 \end{bmatrix}$ ， $B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & b \end{bmatrix}$ 滿足 $(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$ ，則數對 $(a, b) =$ _____。

9. 已知矩陣 $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ 的反方陣 $\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}$ ，則二元一次聯立方程式 $\begin{cases} ax+by=-2 \\ cx+dy=3 \end{cases}$ 的解 $(x, y) =$ _____。

10. 若 $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$ ，則 $A^{200} =$ _____。

11. 設 $A = \begin{bmatrix} 2 & \alpha \\ 3 & \beta \end{bmatrix}$ ，若 $A = A^{-1}$ ，則數對 $(\alpha, \beta) =$ _____。

12. 已知 A 、 B 、 C 為二階方陣， $X = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ ，其中 a 、 b 、 c 、 d 為實數，若 $ABX = C$ ，且 $A^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ 、 $B^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ 、 $C = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ ，試求 $a+b+c+d =$ _____。

立人高級中學 113 學年度第 2 學期高二文理組數學 B 科期末定期評量答案卷

二年 班 座號:_____ 姓名:_____

範圍：翰林版數學 4B 第四章全

一、單選題：(每題 5 分，合計 15 分)

1	2	3
D	B	E

二、多選題：(每題 5 分，共 15 分;所有選項均答對者，得 5 分;答錯 1 個選項者，得 3 分；答錯 2 個選項者，得 1 分；答錯 3 個選項以上或未作答該題以零分計算。)

1	2
AD	BC

三、填充題(共 15 格，共計 75 分)

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
分數	7	14	21	28	34	40	46	51	56	61	64	68	71	73	75

1	2(1)	2(2)	2(3)	2(4)
11	$\begin{bmatrix} \frac{7}{16} & \frac{3}{16} \\ -\frac{3}{16} & \frac{1}{16} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 6 & 30 \\ -14 & -38 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & -3 \\ 5 & 8 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{19}{16} \\ -\frac{15}{16} \end{bmatrix}$
3	4	5	6	7
14	$\begin{bmatrix} 0 & -1 & -2 \\ -1 & -3 & -5 \\ -2 & -5 & -8 \end{bmatrix}$	-2 或 -3	34	$\begin{bmatrix} -2 & 2 \\ -4 & 3 \end{bmatrix}$
8	9	10	11	12
$(-\frac{2}{3}, 2)$	(0, -11)	$\begin{bmatrix} -2 & -3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$	(-1, -2)	22