

立人高級中學 113 學年度第 2 學期高三數學甲科畢業考試題

範圍：三民版選修甲(下)第一章、第二章

填充題：共 100 分，依配分表配分。

1.求滿足下列條件之拋物線的標準式:

(1)頂點 $V(5, -3)$ ，焦點 $F(-1, -3)$ 。

(2)求過 $A(3, 2)$ 且與 $(x+1)^2 = 12(y-2)$ 共焦點且共對稱軸。(兩解)

2.試求拋物線 $\sqrt{(x+1)^2 + (y-2)^2} = \frac{|3x+y-19|}{\sqrt{10}}$ 的準線_____。(以 $ax+by+c=0$ 表示)

3.設 $\sqrt{x^2 + y^2} + \sqrt{(x-5)^2 + (y+12)^2} = k$ 的圖形是橢圓，則常數 k 的範圍為_____。

4.設 k 為一常數，若方程式 $\frac{x^2}{6-k} + \frac{y^2}{k-4} = 1$ ，表長軸在 y 軸上的一橢圓，試求 k 的範圍為_____。

5.求滿足下列條件之橢圓的標準式:

(1)其一焦點為 $(-2, 1)$ ，短軸的一端點為 $(1, 4)$ ，長軸平行 y 軸。

(2)與 $\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{10} = 1$ 有相同的焦點且長軸長為 10。

6.求通過定點 $A(0, 3)$ 且與圓 $C: x^2 + (y+1)^2 = 25$ 相切之所有圓的圓心所成圖形的方程式_____。

7.雙曲線 $\Gamma: 4x^2 - 4y^2 - 8x - 16y + 4 = 0$ ，則

(1)實軸頂點_____。(兩解) (2)漸近線為_____。(兩解並以 $ax+by+c=0$ 表示)

8.求滿足下列條件之雙曲線的標準式:

(1)中心為 $(2, 3)$ ，實軸垂直 x 軸，實軸長為 6，共軛軸長為 8。

(2)二漸近線為 $3x+4y=0$ ， $3x-4y=0$ ，焦點為 $(0, 15)$ 。

9.試求 $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{-2}} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

10.求 $i^{50} + i^{51} + i^{52} + \dots + i^{2000} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

11.試求 $\frac{2-3i}{1+2i}$ 的複數標準式為_____。(以 $a+bi$ 表示)

12.若 $z = (3+4i)^3(1-\sqrt{3}i)^2$ ，則 $|z| = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

13.設 $x^2 + 8x + 4 = 0$ 之二根為 α 、 β ，則 $(\sqrt{\alpha} - \sqrt{\beta})^2 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

14.若實係數方程式 $x^3 + ax^2 + 11x + b = 0$ 有一根 $-1+2i$ ，則此方程式的實根為_____。

15.將複數 $3+3i$ 化為極式(幅角取主幅角)。

16. 令複數 $z = 2(\cos \frac{\pi}{7} + i \sin \frac{\pi}{7})$ ，且 $z \cdot i = 2(\cos a\pi + i \sin a\pi)$ ，則實數 $a =$ _____。

17. 化簡 $(\sqrt{3} + i)^6 =$ _____。

18. 試將 $x^6 = -4 - 4\sqrt{3}i$ 的六個根標示在複數平面上，求以此六根為頂點的六邊形面積_____。

19. 設 $\omega = \cos \frac{2\pi}{5} + i \sin \frac{2\pi}{5}$ ，試求 (1) $\omega + \omega^2 + \omega^3 + \omega^4 =$ _____ (2) $(1 + \omega)(1 + \omega^2)(1 + \omega^3)(1 + \omega^4) =$ _____。

立人高級中學 113 學年度第 2 學期高三數學甲科畢業考答案卷

範圍：三民版選修甲(下)第一章、第二章

年 班 座號： 姓名：

【 配 分 表 】

答對	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
分數	6	12	18	24	30	36	41	46	51	56	60	64
答對	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
分數	68	72	75	78	81	84	87	90	93	96	98	100

1(1)	1(2)	2	3
$(y+3)^2 = -24(x-5)$	$(x+1)^2 = 16(y-1)$ $(x+1)^2 = -4(y-6)$	$3x+y=19$	$k>13$
4	5(1)	5(2)	6
$5 < k < 6$	$\frac{(x+2)^2}{9} + \frac{(y-4)^2}{18} = 1$	$\frac{x^2}{18} + \frac{y^2}{25} = 1$	$\frac{x^2}{\frac{9}{4}} + \frac{(y-1)^2}{\frac{25}{4}} = 1$
7(1)	7(2)	8(1)	8(2)
$(1,0)$ 、 $(1,-4)$	$x-y-3=0$ ， $x+y+1=0$	$-\frac{(x-2)^2}{16} + \frac{(y-3)^2}{9} = 1$	$-\frac{x^2}{144} + \frac{y^2}{81} = 1$
9	10	11	12
$-2i$	$-i$	$\frac{-4-7i}{5}$	500
13	14	15	16
-4	-3	$3\sqrt{2}(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4})$	$\frac{9}{14}\pi$
17	18	19(1)	19(2)
-64	$3\sqrt{3}$	-1	1