

立人高級中學 113 學年度第 1 學期高三數學乙科高三期末定期評量試題

範圍：學測數學 B 全範圍

填充題：共 100 分，依配分表配分。

1. 坐標平面上有一個半徑為 6 的圓，其圓心為 O 點。已知圓上有 A, B 兩點，且 $\overline{AB} = 8$ ，則內積 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} =$ _____。
2. 在坐標平面上，已知向量 $\overrightarrow{PQ} = \left(\log \frac{1}{2}, 10^{-5} \right)$ ，其中點 P 的坐標為 $\left(\log \frac{1}{5}, -2^{-5} \right)$ 則，點 Q 在第 _____ 象限。
3. 已知 a, b, c 為實數，且滿足 $1 < a < 10, b = \log a, c = \log b$ ，試比較 a, b, c 的大小 _____。
4. 從 1 到 21 的 21 個整數中，取出相異的 3 個數 a, b, c ，使其成為等差數列，且 $a < b < c$ ，則 (a, b, c) 的取法有 _____ 種。
5. 考慮實數二階方陣 $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ ，若 $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ -9 & -7 \end{bmatrix}$ ，則 $c + 2b$ 的值為 _____。
6. 試問有多少個整數 x 滿足 $3 \mid |x| + x < 10$ ？
7. 設 $f(x) = 2x^3 - 3x + 1$ ，若 $y = f(x)$ 的圖形在對稱中心附近會近似於一直線 $y = ax + b$ ，則數對 $(a, b) =$ _____。
8. 在空間坐標系中，有一球心坐標在 $O(0, 0, 0)$ 且北極點在 $N(0, 0, 4)$ 的地球儀。已知球面上點 A 坐標為 $(-\sqrt{3}, 3, 2)$ ，赤道上距離點 A 最遠的點為點 P ，則在通過點 A 、點 P 的大圓上這兩點的劣弧長為 _____。
9. 設二次函數 $f(x) = -x^2 + bx + c$ ，其中 b, c 為實數。已知 $f(2+x) = f(4-x)$ 對任意實數 x 均成立，且當 $-1 \leq x \leq 5$ 時， $f(x)$ 的最大值會是最小值的 3 倍，則 $f(x)$ 的最小值為 _____。

10.某校全體高三學生都有報考學測數學 A 或數學 B ，在這些學生中只報考數學 A 的學生占全體高三學生的 $\frac{2}{5}$ 。

報考數學 A 的學生中有 $\frac{3}{8}$ 的學生同時也報考數學 B 。則只報考數學 B 的學生在該校所有報考數學 B 的學生中所占的比例為_____。

11.某國家過去4年的碳排放總量，由第 1 年的 X 億公噸二氧化碳當量（CO2e）下降至第 4 年的 Y 億公噸二氧化碳當量（CO2e），達到每年平均減碳 5 % 的效益，亦即 $Y = (1 - 0.05)^3 X$ 。將四年的碳排放總量與年成長率記錄如表，其中

第 n 年碳排放成長率 = $\frac{(\text{第 } n \text{ 年碳排放總量}) - (\text{第 } n-1 \text{ 年碳排放總量})}{\text{第 } n-1 \text{ 年碳排放總量}}$ ， $n = 2, 3, 4$ 。

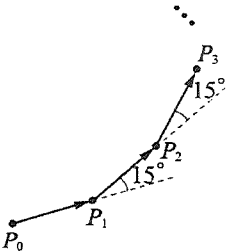
	第 1 年	第 2 年	第 3 年	第 4 年
碳排放總量（億公噸 CO2e）	X	A	B	C
碳排放年成長率		-0.05	p	q

試求 $(1 + p)(1 + q) =$ _____。

12.地面上有甲、乙兩大樓，已知甲的高度大於乙，且甲比大樓乙的高 150 公尺。某人從甲樓頂拉一條繩索到乙樓頂，並從甲樓頂測得乙樓頂的俯角為 22° 。假設該繩索被拉成直線，試問繩索的長度（單位：公尺）最接近下列哪個選項？（註：眼睛往下看目標物時，視線與水平線間的夾角稱為俯角）(單選)

(1) 150 (2) $150 \sin 22^\circ$ (3) $150 \cos 22^\circ$ (4) $\frac{150}{\cos 22^\circ}$ (5) $\frac{150}{\sin 22^\circ}$ 。

13.如右圖所示，平面上有一點 P_0 先朝某方向前進 2 個單位長到達點 P_1 後，依前進方向左轉 15 度；朝新方向前進 2 個單位長到達點 P_2 後，然後再依前進方向左轉 15 度；再朝新方向前進 2 個單位長到達點 P_3 後，……依此類推。則向量 $\overrightarrow{P_2P_3}$ 與 $\overrightarrow{P_6P_7}$ 的內積為_____。



14.在球心為 O 的半徑為4的球形地球儀上有 D 、 E 兩個點， D 、 E 兩點都在北緯 30° 線上，且經度分別為東經 0° 、 180° ，試求由 D 沿東經 0° 經線移動到北極點，再由北極點沿東經 180° 經線移動到 E 的路徑長的總和為_____。

15.袋中有藍、綠、黃三種顏色的球共 10 顆。今從袋中隨機抽取兩顆球（每顆球被抽中的機率相等），若抽出的兩顆球皆為藍色的機率為 $\frac{1}{15}$ ，皆為綠色的機率為 $\frac{2}{9}$ ，則從袋中隨機抽出兩球，此兩球為相同顏色的機率為_____。

16.根據某國對失蹤輕航機的調查得知：失蹤輕航機中有 70 % 後來會被找到，在被找到的輕航機當中，有 60 % 裝設緊急定位傳送器；而沒被找到的失蹤輕航機當中，則有 90 % 未裝設緊急定位傳送器。緊急定位傳送器會在飛機失事墜毀時發送訊號，讓搜救人員可以定位。現有一架輕航機失蹤，若已知該機有裝設緊急定位傳送器，則它沒被找到的機率為_____。

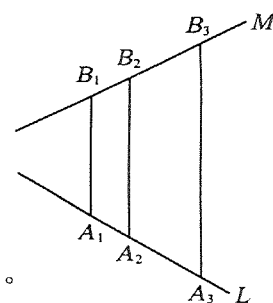
17.空地上有三根與地面垂直且等高的電線桿，其底座在一直線上且間距相等。某甲以單點透視法在畫布上畫這三根電線桿。在畫布上設坐標系，使得電線桿皆與 y 軸平行，三根底座的點分別為 $A_1(0, 0)$ 、 A_2 、 A_3 ，都在直線 $L: x+3y=0$ 上；三根頂端的點分別為 $B_1(0, 3)$ 、 B_2 、 B_3 ，都在直線 $M: 2x-3y+9=0$ 上，如右圖所示。

已知 $\overline{A_3B_3} = 2\overline{A_1B_1}$ ，且由單點透視法可知直線 A_1B_3 與直線 A_3B_1 的交點在直線 A_2B_2 上。設 L 和 M 相交於 P 點（此點又稱為「消失點」）。

若有隻蜜蜂恰好停在中間那根電線桿上距離底座與頂端的長度比為 1 : 2 的位置上。

某甲想在這個畫布的線段 A_3B_3 上畫出這隻蜜蜂，假設畫布上蜜蜂位置為 Q 點，

即點 Q 到線段 A_3B_3 的底座 A_3 與到線段 A_3B_3 頂端 B_3 的長度比為 2 : 1，試求 Q 點坐標_____。



立人高級中學 113 學年度第 1 學期高三數學乙科高三期末定期評量答案卷

範圍：學測數學 B 全範圍

年 班 座號： 姓名：

【 配 分 表 】

答對	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
分數	8	16	24	32	38	44	50	56	62	68	74	80	84	88	92	96	100

1	2	3	4
4	3	$a > b > c$	100
5	6	7	8
10	7	$(-3,1)$	$\frac{10}{3}\pi$
9	10	11	12
8	$\frac{3}{5}$	$\frac{361}{400}$	(5)
13	14	15	16
2	$\frac{8}{3}\pi$	$\frac{14}{45}$	$\frac{1}{15}$
17			
(3,3)			