

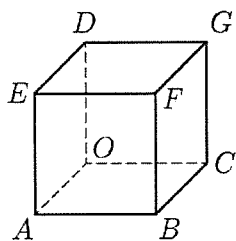
立人高級中學 113 學年度第一學期 高三數學甲科期末定期評量試題

年 班 座號 姓名

考試範圍：高中數學第 1 冊~第 4 冊

一、單選題：(每題 5 分；合計 30 分)

- () 1. 如圖， $OABC-DEFG$ 為一正方體，試問向量外積 $\overrightarrow{AD} \times \overrightarrow{AF}$ 與下列哪一個向量平行？



(A) $\overrightarrow{AE}$ (B) $\overrightarrow{BE}$ (C) $\overrightarrow{CE}$ (D) $\overrightarrow{DE}$ (E) $\overrightarrow{OE}$

- () 2. 已知坐標空間中 P 、 Q 、 R 為平面 $3x-5y-2z=\sqrt{7}$ 上不共線三點。

令 $\overrightarrow{PQ}=(a_1, b_1, c_1)$ ， $\overrightarrow{PR}=(a_2, b_2, c_2)$ 。試選出下列行列式中絕對值為最大的選項。

(A) $\begin{vmatrix} -1 & 1 & 1 \\ a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \end{vmatrix}$ (B) $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \end{vmatrix}$ (C) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \end{vmatrix}$ (D) $\begin{vmatrix} -1 & -1 & 1 \\ a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \end{vmatrix}$ (E) $\begin{vmatrix} -1 & -1 & -1 \\ a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \end{vmatrix}$

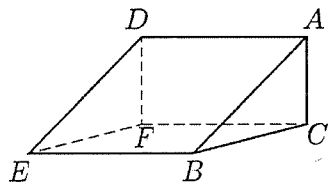
- () 3 若在計算器中鍵入某正整數 N ，接著連按「 $\sqrt{\quad}$ 」鍵（取正平方根）4 次，視窗顯示得到

答案為 2，則 N 等於下列哪一個選項？ (A) 2^4 (B) 2^8 (C) 2^{12} (D) 2^{16} (E) 2^{24}

- () 4. 令坐標平面上滿足 $y=\log x$ 的點 (x, y) 所成圖形為 Γ ，試問滿足下列關係式的 (x, y) 所成圖形

與 Γ 完全相同？ (A) $y=\log|x|$ (B) $2y=\log(x^2)$ (C) $y+\frac{1}{2}=\log(5x)$ (D) $x^3=10^{(y^3)}$ (E) $x=10^y$

- () 5. 下圖為一個積木的示意圖，其中 ABC 為一直角三角形， $\angle ACB=90^\circ$ ， $\overline{AC}=5$ 、 $\overline{BC}=6$ ，且 $ADEB$ 與 $ADFC$ 皆為矩形。試選出正確的選項。



(A) 將此積木沿平面 ACE 切下，可切得兩個四面體 (B) 平面 $ADEB$ 與 $ADFC$ 所夾銳角小於 45°

(C) $\angle CEB > \angle AEB$ (D) $\tan \angle AEC > \sin \angle CEB$ (E) $\angle CEB > \angle AEC$

- () 6 坐標平面上，設 A 、 B 分別表示以原點為中心，順時針、逆時針旋轉 90° 的旋轉矩陣。設 C 、 D 分別表示以直線 $x=y$ 、

$x=-y$ 為鏡射軸的鏡射矩陣，試選出正確的選項。 (A) A 、 C 將點 $(1, 0)$ 映射到同一點 (B) $B = -A$

(C) $C = -A$ (D) $AB = CD$ (E) $C = D^{-1}$

答對 格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
對應 分數	7	14	20	26	32	38	43	48	53	57	61	64	67	70

二、填充題：(配分如上表；合計 70 分)

- 設 a 、 b 為實數（其中 $a > 0$ ），若多項式 $ax^2 + (2a + b)x - 12$ 除以 $x^2 + (2 - a)x - 2a$ 所得餘式為 20，則數對 $(a, b) =$ (1) 。
- 在坐標平面上給定三點 $A(1, 0)$ 、 $B(0, 1)$ 、 $C(-1, 0)$ ，令 Γ 為 $\triangle ABC$ 經矩陣 $T = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 8 & 1 \end{bmatrix}$ 變換後的圖形。試求 Γ 的面積為 (2) 。
- 某實驗室蒐集了大量的 A 、 B 兩相似物種，記錄其身長為 x （單位：公分）與體重 y （單位：公克），得 A 、 B 兩物種的平均身長分別為 $\overline{x_A} = 5.2$ 、 $\overline{x_B} = 6$ ，標準差分別為 0.3、0.1。令 A 、 B 兩物種的平均體重分別為 $\overline{y_A}$ 、 $\overline{y_B}$ ，標準差分別為 σ_{y_A} 、 σ_{y_B} 。若 A 、 B 兩物種其體重 y 對身長 x 的迴歸直線分別為 $L_A: y = 2x - 0.6$ 、 $L_B: y = 1.5x + 0.4$ ，相關係數分別為 0.6、0.3。求 $\overline{y_A} + \overline{y_B} + \sigma_{y_A} + \sigma_{y_B} =$ (3) 。
- 令 $f(x) = \sin x + \sqrt{3} \cos x$ ，試求在區間 $[0, 2\pi)$ 中滿足 $f(x) = \frac{1}{2}$ 的所有實數 x 之和為 (4) 。
- 在同一平面上，相距 7 公里的 A, B 兩砲台， A 在 B 的正東方。某次演習時， A 向西偏北 θ 方向發射砲彈， B 則向東偏北 θ 方向發射砲彈，其中 θ 為銳角，觀測回報兩砲彈皆命中 9 公里外的同一目標 P 。接著 A 改向西偏北 $\frac{\theta}{2}$ 方向發射砲彈，彈著點為 3 公里外的點 Q 。試問砲台 B 與彈著點 Q 的距離 $\overline{BQ}$ 為何？ (5) 。
- 將數字 1、2、3、 $\dots$ 、7 等 7 個數字排成七位數（數字不得重複），使得前 4 位從左至右遞增、且後 4 位從左至右遞減。試問共有幾個滿足條件的七位數？ (6) 。
- 給定一實係數三次多項式函數 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + 3$ 。令 $g(x) = f(-x) - 3$ ，已知 $y = g(x)$ 圖形的對稱中心為 $(1, 0)$ 且 $g(-1) = -12$ 。試求 $f(-3) =$ (7) 。
- 設 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ 是首項為 3 且公比為 $3\sqrt{3}$ 的等比數列。試求出滿足不等式 $\log_3 a_1 - \log_3 a_2 + \log_3 a_3 - \log_3 a_4 + \dots + (-1)^{n+1} \log_3 a_n > 21$ 的最小項數 n 為 (8) 。
- 坐標空間中一平行六面體，某一底面的其中三頂點為 $(-1, 2, 1)$ ， $(-4, 1, 3)$ ， $(2, 0, -2)$ ，另一面之一頂點在 xy 平面上且與原點距離為 1。滿足前述條件之平行六面體中，最大體積為 (9) 。

10. 坐標平面上，已知向量 $\vec{v}$ 在向量 $(4,3)$ 方向的正射影長比原長少 1，而在向量 $(3,-4)$ 方向的正射影長比原長少 2。

若 $\vec{v}$ 與兩向量 $(4,3)$ ， $(3,-4)$ 的夾角皆為銳角，則 $\vec{v}$ 在向量 $(12,5)$ 方向的正射影長為 (10) 。

11. 坐標空間中有兩不相交直線 $L_1: \begin{cases} x=1+t \\ y=1-t \\ z=2+t \end{cases}$ ， t 為實數、 $L_2: \begin{cases} x=2+2s \\ y=5+s \\ z=6-s \end{cases}$ ， s 為實數，另一直線 L_3 與 L_1 、 L_2 皆相交且分別

垂直於 P 、 Q 兩點，則 P 、 Q 兩點的距離為 (11) 。

12. 已知 a 、 b 為實數，且方程式 $\begin{cases} ax+5y+12z=-2 \\ x+ay+\frac{8}{3}z=-5 \\ 3x+8y+az=25 \end{cases}$ 恰有一組解，又此方程組經過一系列的高斯消去法運算後，原來的增廣

矩陣可化為 $\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & b & 7 \\ 0 & b & 5 & 4 \\ 0 & 0 & b & 0 \end{array} \right]$ 。則 $a+b =$ (12) 。

13. 某商場舉辦現場報名的摸彩箱抽獎活動，報名截止後，主持人依報名人數置入同數量的摸彩球，其中有 10 顆

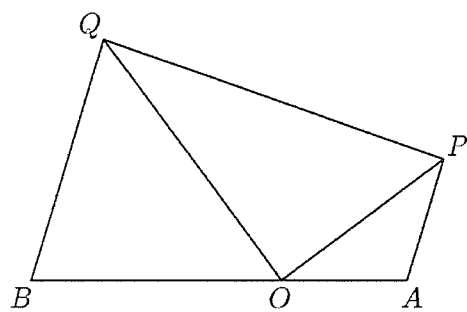
被標示為幸運獎，其獎項為 6000 元禮券及 12000 元禮券各 5 顆，每顆球被抽中的機率皆相同，抽後不放回。

抽獎前，主辦單位依獎項個數與報名人數，主持人公告中獎機率為 0.4%。開始抽獎後，每人依序抽球，每個人

只有一次抽獎機會。若前 100 位參加抽獎者，恰有 1 人抽中 6000 元禮券且沒有人抽中 12000 元禮券，則抽獎順序

為第 101 號者可獲禮券金額的期望值為 (13) 元。

14. 坐標平面上 O 為原點，給定 $A(1,0)$ 、 $B(-2,0)$ 兩點。另有兩點 P 、 Q 在上半平面，且滿足 $\overline{AP} = \overline{OA}$ 、 $\overline{BQ} = \overline{OB}$ 、 $\angle POQ$ 為直角，如圖所示。令 $\angle AOP = \theta$ 。若 $\sin \theta = \frac{4}{5}$ ，試求點 Q 的坐標 (14) 。



立人高級中學 113 學年度第一學期 高三數學甲科期末定期評量答案卷

年 班 座號 姓名

考試範圍：高中數學第 1 冊~第 4 冊

一、單選題：(每題 5 分；合計 30 分)

1	2	3	4	5	6
C	A	D	E	E	B

答對 格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
對應 分數	7	14	20	26	32	38	43	48	53	57	61	64	67	70

二、填充題：(配分如上表；合計 70 分)

(1)	(2)	(3)	(4)
(4,-16)	3	20.7	$\frac{7}{3}\pi$
(5)	(6)	(7)	(8)
$\sqrt{23}$	20	15	29
(9)	(10)	(11)	(12)
$\sqrt{58}+4$	$\frac{60}{13}$	$4\sqrt{2}$	-2
(13)	(14)		
35	$(-\frac{64}{25}, \frac{48}{25})$		