

立人高級中學 114 學年度第 2 學期高二文組數學 B 第 3 次定期評量試題

範圍：龍騰版數學 4B，單元六~單元八

年 班 座號： 姓名：

一、多選題（每題 5 分，共 20 分。錯一個選項得 3 分，錯兩個得 1 分，錯三個以上得 0 分）

1. 有關於矩陣運算，下列敘述何者正確？

(A) 若一矩陣 A ，則必定滿足 $A+A+A=3A$ 。

(B) 若兩矩陣 A 、 B ，則必定滿足 $AB=BA$ 。

(C) 若矩陣 A 、 B 、 C 均為 n 階方陣，則 $(AB)C=A(BC)$ 。

(D) 若矩陣 A 、 B ，滿足 $A+B=\begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$ 、 $A-B=\begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$ ，則 $A^2-B^2=\begin{bmatrix} 8 & 10 \\ 20 & 19 \end{bmatrix}$ 。

(E) 若矩陣 A 、 B 、 C 中 $AB=C$ 且 A^{-1} 存在，則 $B=CA^{-1}$ 。

2. 有關於反方陣敘述，下列何者正確？

(A) 任一方陣，必存在其反方陣。

(B) 若矩陣 A 不是 n 階方陣，則 A^{-1} 不存在。

(C) 若方陣 A 、 B ，滿足 $AB=I$ (單位矩陣)，則 B 是 A 的反方陣。

(D) 若方陣 $A=\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ ，滿足 $ad-bc=0$ ，則 A^{-1} 不存在。

(E) 若方陣 A 、 B 、 C ，滿足 $AB=AC$ 且 A^{-1} 存在，則 $B=C$ 。

3. 設一直圓錐面的軸為 L 、母線為 M ， L 與 M 的夾角為 θ ，已知一平面 E 與 L 垂直，則平面 E 與直圓錐面的截痕為哪些？

(A) 雙曲線

(B) 拋物線

(C) 圓

(D) 橢圓

(E) 點

4. 設一直圓錐面的軸為 L 、母線為 M ， L 與 M 的夾角為 θ 。若有一平面 E 不與軸 L 垂直且不與母線 M 平行，則平面 E 與直圓錐面的截痕為哪些？

(A) 雙曲線

(B) 拋物線

(C) 圓

(D) 橢圓

(E) 點

二、填充題（每題 5 分，共 80 分）

1. 若 A 為二階方陣且 $A=[a_{ij}]$ ， $a_{ij} \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$ ，則方陣 A 共有幾種=_____。

2. 若 $\begin{bmatrix} \sin^2 \theta + \cos^2 \theta & \sin 30^\circ \\ \cos 60^\circ & \tan 45^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ ，則 $a+b+c+d=_____$ 。

3. 若 $\begin{bmatrix} x+y & z+u \\ z+2u & x-2y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 7 & 2 \end{bmatrix}$ ，則 $u=_____$ 。

4. 若 $A=\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -4 \end{bmatrix}$ 、 $B=\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ ，且 $X+4A=3(X+B)$ ，則 $X=_____$ 。(請用矩陣表示)

5. 若有兩矩陣 A 、 B ， $A=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 5 \end{bmatrix}$ 、 $B=\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix}$ ，則 $BA=_____$ 。

6. 令 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ 、 $B = \begin{bmatrix} k & 2 \\ 3 & 9 \end{bmatrix}$ ，若 $A^2 - B^2 = (A + B)(A - B)$ 成立，則 $k = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

7. 已知 $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ ，若 $A^{2025} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ ，則 $(a, b, c, d) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

8. 已知 $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -2 \end{bmatrix}$ ，則 $A^{98} - A^{97} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。(請用矩陣表示)

9. 若 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & \log x \end{bmatrix}$ ， x 屬於實數且 A^{-1} 不存在，則 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

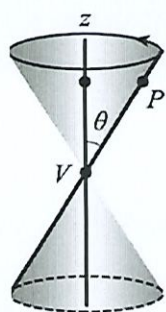
10. 若 $A = \begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ ，試求 $A^{-1} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

11. 令 $A \begin{bmatrix} 8 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ 、 $A \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ ，則矩陣 $A = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

12. 假設 $A^5 = \begin{bmatrix} 41 & 58 \\ 29 & 41 \end{bmatrix}$ 、 $A^2 = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ ，則矩陣 $A = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

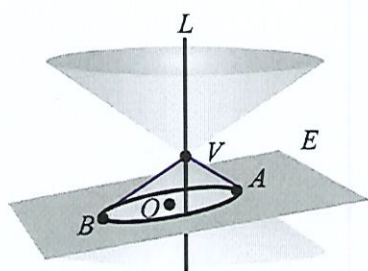
13. 假設 A 的反方陣存在且 I 為單位方陣，若 $aA^2 + bA + cI = O$ (零矩陣)， a, b, c 屬於實數且 $c \neq 0$ ，則 $A^{-1} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。(請用 a, b, c 及矩陣 A, I 表示)

14. 如圖為坐標空間中的一直圓錐面，其頂點 V 為原點 $(0, 0, 0)$ ，直圓錐面的軸為 z 軸。已知在直圓錐面 $P(1, \sqrt{3}, 2\sqrt{3})$ 上，求此直圓錐面通過 P 點的母線與 z 軸的銳夾角 $\theta = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



15. 已知空間中一平面 E 與直圓錐面截出半徑為 $\sqrt{3}$ 的圓，此直圓錐的任意一條母線與軸 L 的銳夾角為 60° ，求圓上任意一點與直圓錐面頂點 V 的距離 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

16. 空間中一直圓錐面以直線 L 為軸，頂點為 V 。今平面 E 與直圓錐面的截痕為一橢圓，令橢圓的中心為 O ，且橢圓上距離頂點 V 最近的點為 A ，最遠的點為 B 。已知 $\overline{VA} = 2$ 、 $\overline{VB} = 4$ 、 $\overline{AB} = 2\sqrt{3}$ ，求 $\angle AVB$ 為幾度 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。



立人高級中學 114 學年度第 2 學期高二文組數學 B 第 3 次定期評量答案卷

年 班 座號： 姓名：

一、多選題（每題 5 分，共 20 分。錯一個選項得 3 分，錯兩個選項得 1 分，錯三個以上得 0 分）

1. A、C	2. B、D、E	3. C、E	4. A、D
-----------	-------------	-----------	-----------

二、填充題（每題 5 分，共 80 分）

1. 625	2. 3	3. 2	4. $\begin{bmatrix} \frac{-5}{2} & \frac{-3}{2} \\ 1 & \frac{-19}{2} \end{bmatrix}$
5. $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 10 \\ 3 & 0 & 15 \\ 5 & 0 & 25 \end{bmatrix}$	6. 6	7. (-1, 0, 0, -1)	8. $\begin{bmatrix} -2 & -2 \\ 4 & 4 \end{bmatrix}$
9. 100	10. $\begin{bmatrix} \frac{2}{3} & -1 \\ \frac{-1}{3} & 1 \end{bmatrix}$	11. $\begin{bmatrix} -3 & 5 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$	12. $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$
13. $\frac{-a}{c}A - \frac{b}{c}I$	14. 30°	15. 2	16. 60°